

# Untersuchung der geometrischen Eigenschaften industrieller CT mit Hilfe eines neuartigen Prüfkörpers und den Methoden der Photogrammetrie

Marko NEUKAMM, Matthias SCHULZE, Physikalisch-Technische Bundesanstalt (PTB), Braunschweig und Berlin, Andreas STAUDE, BAM Bundesanstalt für Materialforschung und -prüfung, Berlin

**Kurzfassung**. Anhand des hier vorgestellten zylindrischen Prüfkörpers, an dem Kugeln aus einem Material mit einem hohen Absorptionskoeffizienten und sehr geringen Formabweichungen angebracht wurden, können die geometrischen Eigenschaften von CT-Anlagen untersucht werden. Die Basis der Auswertung bilden die radiometrischen Aufnahmen. Mit Hilfe eines angepassten Ellipsenoperators werden die Mittelpunkte der in den radiometrischen Aufnahmen überlagerungsfrei abgebildeten Kugeln ermittelt. Anhand dieser Mittelpunkte können die geometrischen Eigenschaften des Gesamtsystems zunächst rein an den sich daraus ergebenen Spuren diskutiert und in einem weiteren Schritt photogrammetrisch mit Hilfe der Bündelblockausgleichung ausgewertet werden. Die Untersuchungen zeigen, dass der Prüfkörper geeignet ist, die geometrischen Eigenschaften von CT-Anlagen zu überwachen. In einem weiteren Schritt könnte das vorgestellte Verfahren benutzt werden, um z.B. Abweichungen von Drehtischen zu charakterisieren und ggf. zu korrigieren.

## 1. Einleitung

Seit wenigen Jahren etabliert sich die industrielle Röntgen-Computertomographie (CT) im Bereich der Fertigungsmesstechnik, da sie in der Lage ist, äußere und innere Geometrien von Messobjekten mit hoher Punktdichte zerstörungsfrei zu erfassen. Die geometrischen Eigenschaften des Gesamtsystems beeinflussen hierbei erheblich die erreichbaren Genauigkeiten.

In diesem Beitrag soll ein zylindrischer Prüfkörper zur Bestimmung der geometrischen Parameter eines CT-Systems vorgestellt werden. Er ist Träger von stark schwächenden Kugeln, welche im Messvolumen gleichmäßig verteilt sind und sehr geringe Formabweichungen aufweisen. Es soll die Lage des Projektionszentrums in Bezug zum Detektor (Bildkoordinatensystem: Abstand Quelle-Detektor, Lage des Lotfußpunktes des Quellpunktes auf dem Detektor) und die relative Lage dieses Koordinatensystems zum Objektkoordinatensystem des Prüfkörpers exakt bestimmt werden. In der Photogrammetrie spricht man von den Parametern der inneren bzw. äußeren Orientierung, die über die Definition der Kollinearitätsbedingung und der Berechnung aus der Bündelblockausgleichung bestimmt werden können [1]. Für jedes radiometrische Einzelbild (Projektion) kann hierbei ein eigener Parametersatz ermittelt werden, so dass auch zeitliche Variationen der Parameter untersucht werden können.



Die Parameter der inneren Orientierung erlauben Aussagen über die Wanderung des Brennflecks, die der äußeren Orientierung über die Lage der Rotationsachse im Raum und über die geometrischen Eigenschaften des eingesetzten Manipulators. Um diese Parameter mit Hilfe der Bündelblockausgleichung genau schätzen zu können, müssen die Mittelpunkte der als Ellipsen in den Durchstrahlungsbildern abgebildeten Kugeln hoch genau bekannt sein. Hierbei kommt ein modifizierter Ellipsenoperator nach [2] zum Einsatz. Im Gegensatz zu [2] sollen die Kantenpunkte nicht über die 2. Ableitung bestimmt werden, sondern über die erste Ableitung und anschließender Besteinpassung einer Gaußkurve bzw. der Verwendung des "Linear Phase Operators" nach [3].

### 2. Beziehungen zwischen Objektkoordinatensystem und Bildkoordinatensystem

Der Abbildungsprozess eines Körpers auf den Detektor kann einmal radiometrisch auf Basis der physikalischen Eigenschaften des Körpers an sich, des Photonenstroms der Quelle und der Detektoreigenschaften beschrieben werden. Aufgrund des komplexen Aufbaues eines CT-Systems mit den unterschiedlich beteiligten Bauteilen, lässt sich der Abbildungsprozess auch geometrisch beschreiben. Dabei sollten die Bauteile in einem definierten geometrischen Zusammenhang zueinander stehen und zeitliche Einflüsse auf die Geometrie berücksichtigt werden. Folgender Zusammenhang beschreibt den geometrischen Abbildungsprozess einer normalen Kegelstrahl-CT vollständig:

$\vec{x}_i = \mathbf{T}_{BH}^{-1} \cdot \mathbf{T}_{BH_i}^{-1} \cdot \mathbf{S}_X^{-1} \cdot$	$\mathbf{M}_{D}^{-1} \cdot \mathbf{M}_{ZP_{i}} \cdot \mathbf{A}_{ZP_{i}} \cdot \mathbf{T}_{Q_{\text{var}}}^{-1} \cdot \mathbf{T}_{RA}^{-1} \cdot \mathbf{R}_{RA}^{-1} \cdot \mathbf{R}_{RS}^{-1} \cdot \mathbf{R}_{RS_{i}}^{-1} \cdot \mathbf{R}_{Z_{i}}^{-1} \cdot \mathbf{T}_{RE}^{-1} \cdot \mathbf{T}_{RE_{i}}^{-1} \cdot \mathbf{R}_{OR}^{-1} \cdot \mathbf{T}_{OR}^{-1} \cdot \vec{X}$
$\vec{x}_i$	Punk im jeweiligen Bildkoordinatensystem in Pixel
$\vec{X}_i$	Punkt im Objektkoordinatensystem(OKoo) (metrisch) Laufvariable über alle Projektionen
	Transformationen in 3D Raum
$\mathbf{T}_{OR}$	Translation vom Koordinatensystem des Drehtisches in das OKoo
$\mathbf{R}_{OR}$	Rotation vom Koordinatensystem des Drehtisches in das OKoo
$\mathbf{T}_{RE_{i}}$	Translation von mittlerer Drehachse des Drehtisches auf
·	tatsächliche Drehachse (z.B. Höhenschlag)
$\mathbf{T}_{RE}$	Translation auf mittlere Drehachse (Exzentrizität)
$\mathbf{R}_{Z_i}$	Drehwinkel mit Drehfehler (z.B. zyklische Drehfehler)
$\mathbf{R}_{RS}$	Rotation von mittlerer Drehachse des Drehtisches auf
	tatsächliche Drehachse (z.B. Taumelfehler)
$\mathbf{R}_{RS}$	Rotation auf mittlere Drehachse (Schrägstellung)
$\mathbf{R}_{RA}$	Rotation um Koordinatensystem allgemein zum Drehtisch auszurichten
$\mathbf{T}_{RA}$	Translation vom mittleren Quellpunkt auf ideale Drehachse
$\mathbf{T}_{\mathcal{Q}_i}$	Translation vom tatsächlichen Quellpunkt auf einen mittleren Quellpunkt
·	der invariant gegenüber dem Detektor ist (z.B. Quellpunktwanderung)
$\mathbf{A}_{ZP_i}$	Abbildungsvorgang (abhängig vom Abstand Quelle-Detektor-AQD) zentralperspektivische Abbildung
$\mathbf{M}_{ZP_i}$	Skalierung der Abbildung
	Transformationen im Bild (2D)
$\mathbf{M}_D$	Maßstab zum Berücksichtigen der Pixelgröße
$\mathbf{S}_x$	Spiegelung an der x-Achse
$\mathbf{T}_{BH_i}$	Translation vom mittleren Bildhauptpunkt (BH) auf den tatsächlichen BH
1	(z.B. Quellpunktwanderung)
$\mathbf{T}_{BH}$	Translation vom Nullpunkt des Bildkoordinatensystems
	(Bildecke oben links) auf mittleren BH

Der hier beschriebene Abbildungsvorgang geht von homogenen Koordinaten aus. Die einzelnen Schritte sind hierbei einheitlich über eine 4x4-Matrix beschreibbar (siehe [6]). Berücksichtigt man alle Einzelschritte in einer Simulation, kann der Einfluss jeder einzelnen Komponente auf die Rekonstruktion untersucht werden. Bereits kleine Bewegungen haben einen Einfluss von 1/10 der Pixelgröße. Überlagern sich mehrere Effekte können Abweichungen von über 1 Pixel auftreten.

## 3. Prüfkörperdesign

Um die Abbildungen der Kugeln in den Radiographien überlagerungsfrei auswerten zu können, müssen diese geeignet angeordnet sein. Anhand der in Abschnitt 2 vorgestellten Zusammenhänge lässt sich simulieren, wie diese Kugeln am Prüfkörper angebracht werden müssen, damit sie in jeder radiometrischen Aufnahme überlagerungsfrei abgebildet werden. Auf dem aus Polymethylmethacrylat (PMMA) hergestellten Prüfkörper wurden in 90° Winkeln und in von der Zentralebene immer größer werdenden Abständen Kugeln in vorher eingebrachte Löcher verklebt. Die Kugeln wurden in den Löchern versenkt, um sie gegen äußere Einflüsse zu schützen. Die verwendeten Kugeln bestehen aus Zirkoniumdioxid (ZrO<sub>2</sub>), um einen möglichst hohen Absorptionskoeffizienten zu gewährleisten, haben einen Durchmesser von 0,5 mm, um für den Ellipsenoperator eine optimale Größe im Bild zu bieten, und sind mit einer Güte von Grade 3 vom Hersteller spezifiziert und besitzen damit sehr geringe Formabweichungen (<0,08  $\mu$ m).

Für die photogrammetrische Auswertung ist es notwendig, einen Maßstab vorzugeben. Aus diesem Grund wurde in der Mitte des Zylinders eine tiefe Bohrung vorgesehen, in der ein Maßstab bestehend aus zwei Zirkoniumdioxidkugeln an den Enden eines CFK-Rohres verbracht werden kann (vgl. Abbildung 1).







**Abbildung 1.** Design des Prüfkörpers: Links: gerendertes CAD-Modell; Mitte, Rechts: Fotos des Prüfkörpers

## 4. Ellipsenoperator

Soweit der Mittelpunkt einer Kugel im Strahlengang einer CT-Anlage mit Kegelstrahlgeometrie nicht exakt auf der Geraden Quelle-Bildhauptpunkt (senkrechtes Lot der Quelle auf den Detektor) liegt, wird diese in der radiometrischen Aufnahme als Ellipse abgebildet. Geometrisch handelt es sich um einen Ebenenschnitt mit einem Kegel. Nach [1] haben sich für die Ermittlung der Ellipsenmittelpunkte der Stern-Operator [2] bzw. der Zhou-Operator [4] bewährt. Für diese Veröffentlichung fand der Stern-Operator Anwendung und wurde an die speziellen Bedingungen angepasst. Die Ermittlung des Ellipsenzentrums erfolgt in mehreren Schritten. Zunächst müssen die Kantenpunkte der

Ellipse berechnet werden. Aus diesen Randpunkten werden die Ellipsenparameter bestimmt. Dies sind unter anderem die Mittelpunktskoordinaten, welche noch auf Grund der Abbildung korrigiert werden müssen. Die einzelnen Schritte werden im Nachfolgenden anhand der Abbildungen 2 und 3 beschrieben.



Abbildung 2. Links: Erläuterung des Sternoperators am Durchstrahlungsbild einer Kugel: Ausgehend von einem Startpunkt (rot) werden Suchstrahlen über die Kanten gelegt (hier wurde ein minimaler und maximaler Radius vorgegeben, um den Rechenaufwand gering zu halten). Die sich daraus ergebenen Profile (gelb) sind die Grundlage für die Kantenfindung (blau). Durch diese Punkte wird eine ausgleichende

Ellipse gerechnet, welche zum gesuchten Mittelpunkt der Ellipse führt (cyan). Rechts: Grauwerte entlang eines Suchstrahles (roter Strahl aus Bild Links) mit erster und zweiter Ableitung; der Schnittpunkt der 2. Ableitung mit der X-Achse stellt die gefundene Kantenposition dar (violett)

In [2] wird vorgeschlagen, die Kantenpunkte entlang von sternförmig verteilten Suchgeraden zu bestimmen, welche von einem genäherten Mittelpunkt ausgehen (siehe Abbildung 2 – Links). Entlang der Suchgeraden müssen die Grauwerte interpoliert werden. Geeignete Algorithmen sind die bikubische Interpolation [5] oder die Lanczos-Interpolation [8]. Die Grauwerte entlang der zu interpolierten Gerade müssen hierbei einen stetigen Verlauf zeigen. Herkömmlich wird die Kantenposition durch die Anwendung eines Filters (Laplace-Operator), welcher die zweite Ableitung nachbildet, und anschließende Nullstelleninterpolation 1. oder 2. Grades gefunden (Abbildung 2 – Rechts). Alternativ sollen hier weitere Möglichkeiten auf Basis der ersten Ableitung diskutiert werden, die höhere Genauigkeiten erwarten lassen. Betrachtet man die erste Ableitung, kann man den Verlauf der Punkte mit einer Gaußschen Glockenkurve annähern (Abbildung 3). Erweitert man die Gleichung der Normalverteilung [6] um zwei zusätzliche Parameter, welche die Höhe des Maximums auf der Y-Achse (k) und dessen Lage auf der X-Achse ( $\mu$ ) variieren lässt, gilt:

$$y_{i} = \frac{k}{\sigma \cdot \sqrt{2 \cdot \pi}} \cdot e^{-\frac{(x_{i} - \mu)^{2}}{2 \cdot \sigma^{2}}}$$

$$x_{i} \qquad Abszissenwert auf dem Suchstrahl
y_{i} \qquad dazugehöriger Grauwert
\sigma \qquad Breite der Normalverteilung
(Abstand Mittelpunkt – Wendepunkte)
k \qquad Skalierungsfaktor in y
\mu \qquad Mittelwert$$

Diese Gleichung bildet die Basis einer Ausgleichung über die erste Ableitung der interpolierten Punkte einer Suchgerade. Vorteile dieses Ansatzes sind, dass für die zu schätzenden Parameter ( $\sigma$ , k, und  $\mu$ ) eine Standardabweichung angegeben werden kann und

 $\sigma$  eine Aussage über die Breite der Kante enthält. Die Subpixelposition der Kante wird durch den Parameter  $\mu$  dargestellt.



Abbildung 3. Grauwertprofil, erste Ableitung und besteingepasste verallgemeinerte Gaußkurve

Ein Nachteil dieses Ansatzes ist die durch den relativ hohe Rechenaufwand benötigte Rechenzeit. Ähnliche Genauigkeiten verspricht der Linear-Phase-Operator (LPO). Der LPO ist ein aus der Bestimmung der Braggwellenlänge an Faser-Bragg-Gittern (FBG) bekannter Algorithmus [3], welcher einen geringeren Rechenaufwand benötigt. Ursprünglich wurde er für die Subpixelinterpolation an Zeilendetektoren in Spektrometern zur Dehnungs- bzw. Temperaturmessung mittels Faser-Bragg-Gitter entwickelt. Mathematisch kombiniert das LPO Verfahren die Anwendung eines Operators mit endlicher Impulsantwort (Finite Impulse Response, FIR) mit einer linearen Interpolation [3]. Beide Verfahren wurden umgesetzt und zeigen sehr geringe Unterschiede, die für die weitere Berechnung der ausgleichenden Ellipse nicht relevant sind.

Die ermittelten Kantenpunkte müssen nun einer Ellipsenausgleichung zugeführt werden. Über eine Ausgleichung nach dem Gauss-Helmert-Verfahren [7] werden die Parameter für den Mittelpunkt ( $x_M$  und  $y_M$ ), die Längen der Halbachsen (a und b) und die Verdrehung gegenüber den Koordinatenachsen ( $\kappa$ ) sowie die dazugehörigen Standardabweichungen geschätzt.

Aufgrund der Abbildung stellen die Mittelpunkte der Ellipsen nicht die abgebildeten Mittelpunkte der Kugeln dar. Einfache geometrische Überlegungen führen zu folgender Darstellung des Korrekturbetrages:

$$k = l - \tan \left( \frac{1}{2} \cdot \left( \tan^{-1} \left( \frac{l - a/2}{AQD} \right) + \tan^{-1} \left( \frac{l + a/2}{AQD} \right) \right) \right) \cdot AQD$$

$$k \qquad Betrag \ der \ Korrektur \ in \ mm \\ l \qquad Abstand \ des \ Ellipsenmittelpunktes \ zum \ Bildhauptpunkt \ in \ mm \\ AOD \qquad Abstand \ Ouelle \ Detektor \ in \ mm$$

Die berechnete radiale Korrektur muss noch auf die jeweilige Achsrichtung in x- bzw. y-Richtung reduziert werden. Wie im weiteren Verlauf noch gezeigt wird, ist das Berücksichtigen der Korrektur relevant für die Subpixelpositionen der Kugelmittelpunkte in den Radiographien.

#### 5. Bündelblockausgleichung

Mit der Bündelblockausgleichung können beliebig viele im Raum angeordnete Bilder rechnerisch simultan orientiert werden. Hierzu werden im Bild gemessene Punkte, wahlweise andere geometrische Messungen sowie ein übergeordnetes Koordinatensystem berücksichtigt. Die einzelnen Bilder werden über identische Punkte zueinander in Bezug gebracht. Ausgangspunkt ist die Abbildungsgleichung auf den Detektor (vgl. [1]):

$$\vec{x}_i = \mathbf{T}_{BH_i}^{-1} \cdot \mathbf{S}_X^{-1} \cdot \mathbf{M}_D^{-1} \cdot \mathbf{M}_{ZP_i} \cdot \mathbf{A}_{ZP_i} \cdot \mathbf{R}_i^{-1} \cdot \mathbf{T}_i^{-1} \cdot \vec{X}$$

$\mathbf{T}_i$ und $\mathbf{R}_i$	räumliche Ähnlichkeitstransformation vom		
	Koordinatensystem des Aufnahmesystems auf das		
	Objektkoordinatensystem		
$\mathbf{T}_{BH_i}$	Translation auf Bildhauptpunkt		

Vergleicht man diese Abbildungsgleichung mit der in Abschnitt 2 vorgestellten vollständigen Beschreibung des geometrischen Abbildungsprozesses einer CT-Aufnahme, erkennt man Gemeinsamkeiten. Bei der Bündelblockausgleichung geht man von nur einem geometrischen Zusammenhang vom Objektkoordinatensystem und dem Koordinatensystem des Aufnahmesystems aus, so dass sich die Transformationen im 3D-Raum auf eine Translation und eine Rotation reduzieren lassen (Parameter der äußeren Orientierung). Die Änderungen im Koordinatensystem des Aufnahmesystems, welche durch Variationen des Bildhauptpunktes und des orthogonalen Abstandes des Projektionszentrums (Quelle) zum Detektor (Parameter der inneren Orientierung) beschrieben werden, werden ebenfalls zusammengefasst. Im Normalfall wird jedoch davon ausgegangen, dass sich die Parameter der inneren Orientierung während eines Aufnahmezyklus nicht ändern. Über die Bündelblockausgleichung lassen sich also Aussagen über die geometrische Variabilität des Gesamtsystems treffen. In einem weiteren Schritt muss die oben genannte Gleichung ausmultipliziert werden. Dies führt zur zentralen Gleichung der Bildorientierung, der Kollineraritätsbedingung:

$$\begin{aligned} x_{i} &= x_{BH_{i}} - \frac{AQD_{i}}{p_{sz_{x}}} \cdot \frac{r_{11} \cdot (X - X_{0_{i}}) + r_{21} \cdot (Y - Y_{0_{i}}) + r_{31} \cdot (Z - Z_{0_{i}})}{r_{13} \cdot (X - X_{0_{i}}) + r_{23} \cdot (Y - Y_{0_{i}}) + r_{33} \cdot (Z - Z_{0_{i}})} + dx_{i} \\ y_{i} &= y_{BH_{i}} + \frac{AQD_{i}}{p_{sz_{y}}} \cdot \frac{r_{12} \cdot (X - X_{0_{i}}) + r_{22} \cdot (Y - Y_{0_{i}}) + r_{32} \cdot (Z - Z_{0_{i}})}{r_{13} \cdot (X - X_{0_{i}}) + r_{23} \cdot (Y - Y_{0_{i}}) + r_{33} \cdot (Z - Z_{0_{i}})} + dy_{i} \end{aligned}$$

$p_{sz}$	Größe des Pixels in x und y-Richtung (metrisch)
 X 11	Parameter der inneren Orientierung Koordington des Bildhauptnuchtes in Pixel
$x_{BH_i}, y_{BH_i}$	Koorainaien des Dilandapipankies in Tixei
$AQD_i$	Abstand Quelle Detektor
$dx_i$ , $dy_i$	zusätzliche Korrekturterme (Verzeichnungsparameter)
	Parameter der äußeren Orientierung
${ec X}_{0_i}$	Translationsvektor aus $\mathbf{T}_i$
r <sub>mn</sub>	Elemente der Rotationsmatrix <b>R</b> <sub>i</sub> mit Drehwinkeln ( $\kappa_i, \varphi_i, \omega_i$ )

Mit ihr werden die Beobachtungen (Bildkoordinaten der Kugelmittelpunkte) zu den unbekannten Parametern der Abbildung in Beziehung gesetzt. Der hier angenommene Fall der Zentralperspektive kann einfach um weitere Parameter ( $dx_i$ ,  $dy_i$ ) erweitert werden, die z.B. Verzerrungen berücksichtigen, bei der CT jedoch nicht relevant sind. Mit den Mitteln der Ausgleichungsrechnung lassen sich die unbekannten Parameter der inneren und äußeren Orientierung sowie der Objektpunktkoordinaten und ihre jeweiligen Standardabweichungen schätzen. Die Bündelblockausgleichung wurde angepasst an die Bedingungen der CT in MATLAB R2009a umgesetzt.

#### 6. Ergebnisse der Messungen

Der in Abschnitt 2 vorgestellte Prüfkörper wurde in der PTB hergestellt und der Abstand der Kugeln des Maßstabes ebenfalls dort bestimmt. Der Abstand wurde auf einem kommerziellen optischen Koordinatenmessgerät vom Typ Werth VideoCheck HA 400 hoch genau bestimmt und hat eine Länge von 19,5874 mm. Der Prüfkörper wurde an der BAM auf einer  $\mu$ CT-Anlage bei einer Beschleunigungsspannung von 40 kV und einem Röhrenstrom von 200  $\mu$ A gemessen. Der Abstand Quelle-Detektor betrug 1147,5 mm und der Abstand Quelle-Drehachse 65,3 mm. Es wurden 720 radiometrische Aufnahmen bei einer vollen Umdrehung und einer Belichtungszeit von je 8 s aufgenommen. Um die zu treffenden Aussagen aus dem ersten Versuch bestätigen zu können, wurde der Versuch bei gleichen Bedingungen unter einer Vordrehung des Drehtisches um 360° wiederholt.

## 6.1 Ergebnisse der Bestimmung der Mittelpunkte im Bild

Bevor mit der eigentlichen Bestimmung der Ellipsenparameter begonnen werden kann, müssen geeignete Näherungswerte für die Ellipsenmittelpunkte in den Radiographien bekannt sein. Geeignete Verfahren zur Bestimmung der Näherungswerte sind die Kreuzkorrelation bzw. die Hough-Transformation für Kreise [8]. Auf Grundlage der so gefundenen Startwerte kann der eigentliche Sternoperator angewandt werden. Eine iterative Lösung verspricht hier höhere Genauigkeiten. D.h., zunächst werden mit einer reduzierten Anzahl von Suchstrahlen die Ellipsenpunkte ermittelt und erste Parameter der Ellipse geschätzt, die wiederum Grundlage des nächsten Iterationsschritts mit einer höheren Punktdichte auf der Ellipse sind. Abbildung 2-Links zeigt exemplarisch die Auswertung nach dem ersten Iterationsschritt. Eine zweistufige Iteration ist in der Regel ausreichend. Anhand der in Abbildung 4 gezeigten Endergebnisse sollen die Ergebnisse exemplarisch diskutiert werden. Abbildung 4 führt dabei die Ergebnisse aus Abbildung 2 und 3 fort. Die Genauigkeitspotential Residuen in Abbildung 4-Rechts verdeutlichen das der Kantenfindung. Die Abweichungen von der ausgleichenden Ellipse liegen unter 1/20 Pixel.





Spaltenrichtung (Fortführen des Beispiels aus Abbildung 3 und 4)

Die Parameter der Ellipse und die dazugehörigen Standardabweichungen sind in Tabelle 1 zusammengefasst. Im Allgemeinen können die dort angegebenen Genauigkeiten erreicht und zum Teil noch unterschritten werden. Der überwiegende Teil der Standardabweichungen über alle Kugeln und Abbildungen bewegt sich im Bereich geringer als  $7 \cdot 10^{-3}$  Pixel. Die anzubringenden Korrekturen (vgl. Abbildung 5-Rechts) liegen im Allgemeinen über diesem Wert und müssen deshalb berücksichtigt werden.

	berechnete Parameter mit Standardabweichung der Ellipse				
	Randpunkte nach				
	eingepasste Gaußkurve		LPO		
$x_M$ in Pixel	834,2066	(2,4≅10 <sup>-3</sup> )	834,2064	(2,0≅10 <sup>-3</sup> )	
$y_M$ in Pixel	1.052,7162	(2,4≅10⁻³)	1.052,7155	(2,0≅10⁻³)	
<i>a</i> in Pixel	26,5455	(3,0≅10⁻³)	26,5585	(2,4≅10 <sup>-3</sup> )	
<i>b</i> in Pixel	26,5097	(3,0≅10⁻³)	26,5324	(2,4≅10 <sup>-3</sup> )	
$\kappa$ in rad	7,2892	(0,067)	7,3373	(0,075)	
	Werte mit angebrachter Korrektur und Korrekturwerten				
$x_M$ in Pixel	834,2064	-0,0002	834,2062	-0,0002	
$v_M$ in Pixel	1.052,7172	0,0010	1.052,7165	0,0010	

 Tabelle 1. Zusammenfassung der Ergebnisse der Ellipsenausgleichung für eine Beispielellipse

Abbildung 5-Links zeigt alle ermittelten Mittelpunkte der abgebildeten Kugeln über alle radiometrischen Aufnahmen, welche erwartungsgemäß eine ellipsenförmige Spur auf dem Detektor beschreiben.



Abbildung 5. Links: Mittelpunkten der abgebildeten Kugeln über alle Projektionen Rechts: Korrekturbeträge für die Mittelpunkte der Kugeln aufgrund der Abbildung

Um detaillierte Aussagen treffen zu können, sollen zunächst die Spuren der Kugel 1 und 2 (Kugeln des Maßstabes) näher betrachtet werden (siehe Abbildung 6).



Abbildung 6. Links: Mittelpunkte der Kugel 1 (Maßstab unten) über alle radiometrischen Aufnahmen; Rechts: Mittelpunkte der Kugel 2 (Maßstab oben) über alle radiometrischen Aufnahmen

Auffällig ist, dass die Ellipsen sich nach einer vollen Rotation nicht schließen. Im Detail ist ein Überdrehen an der unteren Kugel 1 des Maßstabes zu sehen. Im Gegensatz dazu bleibt eine Lücke in der Spur an der oberen Kugel 2. Dieses Verhalten ist sowohl beim Versuch 1 mit Startwinkel 0° als auch beim Versuch 2 mit Startwinkel 360° zu beobachten. Eine Ursache ist in den Abweichungen des Drehtisches zu suchen. Betrachtet man weiterhin die kurzperiodischen Änderungen, erkennt man Ähnlichkeiten zwischen den beiden Versuchen. Insbesondere an Kugel 1 wird das deutlich. Um genauere Aussagen über das geometrische Verhalten der  $\mu$ CT-Anlage treffen zu können, soll nachfolgend eine photogrammetrische Auswertung über die Bündelblockausgleichung betrachtet werden.

## 6.2. Ergebnisse der Bündelblockausgleichung

Aufgrund des Umstandes, dass der Prüfkörper im Verhältnis zum Abstand Quelle-Detektor sehr klein ist, konnten nicht alle unbekannten Parameter in einem Schritt geschätzt werden. Es wurde eine iterative Lösung gewählt, in der zunächst die Mittelpunkte der Kugeln im Objektraum und die Parameter der äußeren Orientierung geschätzt wurden und darauf aufbauend die Parameter der inneren Orientierung. Für die Kugelmittelpunkte ergaben sich die in Tabelle 2 zusammengefassten Werte.

PunktNr.	X in mm		Y in mm		Z in mm	
1	0		0		-9,79369	
2	0		0		9,79369	
3	10,29585	(0,00002)	0,03772	(0,00002)	-5,98289	(0,00002)
4	0,05496	(0,00003)	-10,26791	(0,00002)	-3,45299	(0,00002)
5	-10,15635	(0,00002)	-0,01289	(0,00003)	-1,46540	(0,00002)
6	0,01803	(0,00003)	-10,12716	(0,00002)	-0,00931	(0,00002)
7	10,26117	(0,00002)	0		0,93470	(0,00002)
8	-0,02442	(0,00003)	10,13217	(0,00002)	1,95123	(0,00002)
9	-10,17861	(0,00002)	-0,01953	(0,00003)	3,43122	(0,00002)
10	0,02328	(0,00003)	10,13545	(0,00002)	5,50997	(0,00002)
11	10,31593	(0,00003)	0,02790	(0,00002)	7,91876	(0,00002)

Tabelle 2. Koordinaten der Kugelmittelpunkte im Objektraum mit dazugehörigen Standardabweichungen

Die Parameter der inneren Orientierung wurden geschätzt zu:

$x_{BH}$	=	1024,926	(0,029) Pixel
$y_{BH}$	=	1009,572	(0,029) Pixel
AQD	=	1148,040	(0,006) mm

Die Parameter der äußeren Orientierung als Träger der Informationen über relative Bewegungen des Objektkoordinatensystems gegenüber dem Koordinatensystem des Aufnahmesystems (der CT-Anlage) sollen im Folgenden näher betrachtet werden. Bei einer idealen Anlage sollten die Projektionszentren in einer Ebene liegen, deren Normalenvektor in Richtung der Drehachse zeigt und sollten in dieser Ebene einen Kreis beschreiben. Um dies zu untersuchen, wurde ein 3D-Kreis in die Punkte der Projektionszentren besteingepasst.

Der so bestimmte Mittelpunkt und dazugehörige Normalenvektor wurde über die Parameter der äußeren Orientierung in das Koordinatensystem des Aufnahmesystems transformiert. Hier können Aussagen über die relative Lage der Rotationsachse und deren zeitlichen Variation in Bezug zum Detektor getroffen werden. Abbildung 7 zeigt die Koordinaten des Mittelpunktes des 3D-Kreises transformiert das Koordinatensystem in des Aufnahmesystems (CT-Anlage). Beide Versuche zeigen ein ähnliches Verhalten. Die Y-Werte beschreiben hierbei eine Änderung in der Höhe des Drehtisches in Bezug auf den Detektor. Da die Parameter der inneren Orientierung nicht für jedes Bild einzeln geschätzt werden konnten, kann nicht separiert werden, ob diese Beobachtung rein einer vertikalen Bewegung des Drehtisches und/oder einer Bewegung der Quelle zuzuordnen ist. Die horizontalen Komponenten X und Z weisen einen deutlichen zyklischen Anteil auf, der mit großer Wahrscheinlichkeit in den Einflüssen des Drehtisches begründet liegt.



Abbildung 7. Mittelpunkt des 3D-Kreises im Koordinatensystem des Aufnahmesystems (CT-Anlage)

Der Mittelpunkt liegt dabei im Mittel um 8  $\mu$ m aus der Y-Z-Ebene versetzt, was der Exzentrizität der Rotationsachse zur mittleren Spalte des Detektors entspricht. Die mittlere Entfernung der Drehachse von der Quelle (Z-Wert) beträgt *AQR* = 64,697 mm und schwankt um  $\pm$ 7  $\mu$ m.



Abbildung 8. Normalenvektor des 3D-Kreises im Koordinatensystem des Aufnahmesystems (CT-Anlage)

Die Orientierung der Drehachse soll anhand der Abbildung 8 diskutiert werden. Der Normalenvektor des ausgleichenden 3D-Kreises wurde hierzu ebenfalls in das Koordinatensystem des Aufnahmesystems transformiert. In Abbildung 8-Oben sind die X- und Z-Komponenten des transformierten Normalenvektors dargestellt. Aus den Komponenten lässt sich eine mittlere Schrägstellung der Rotationsachse gegenüber dem Detektor von 10' 43,5'' berechnen, welche sich aufteilt in einen Winkel von 1' 28,7'' parallel zum Detektor und 10' 37,3'' senkrecht dazu. Die Winkel variieren hierbei während der Aufnahme um  $\pm 23''$  bzw.  $\pm 21''$ . Eine Schätzung der Parameter der inneren Orientierung für jede radiometrische Aufnahme, um die relativen Bewegungen der Quelle in Bezug auf den Detektor zu untersuchen, gelingt auf Grund des bereits genannten ungünstigen Verhältnisses zwischen der Größe des Prüfkörpers und des Abstandes Quelle-Detektor nicht. Somit fließen etwaige Bewegungen direkt in die Parameter der äußeren Orientierung ein und verfälschen diese. Ein zukünftiger größerer Prüfkörper soll weitergehende Untersuchungen in diesem Bereich ermöglichen, um z.B. die Bewegung der Quelle in Bezug zum Detektor auflösen zu können.



Abbildung 9. Vergleich der Spuren der Kugeln 1 und 2

Um einschätzen zu können, wie genau die geometrischen Parameter über die Bündelblockausgleichung bestimmt worden sind, sollen die in den radiometrischen Aufnahmen bestimmten Kugelmittelpunkte mit simulierten Kugelmittelpunkten anhand der Kugeln 1 und 2 verglichen werden (siehe Abbildung 9). Hierzu werden die bestimmten Koordinaten der Kugelmittelpunkte über die Parameter der äußeren und inneren Orientierung auf einen imaginären Detektor projiziert. Die Differenz zwischen den tatsächlichen Mittelpunkten und den simulierten beträgt max. 0,075 Pixel. Dies entspricht im Objektraum einer Abweichung von ca. 0,85 µm und unter Annahme eine Voxelgröße von 12,5 µm einer Abweichung von ca. 1/15 Voxel. Hieraus lässt sich schlussfolgern, dass die geometrischen Eigenschaften des Gesamtsystems über die Bündelblockausgleichung sehr gut bestimmt werden können.

## 7. Zusammenfassung

Es wurde ein Prüfkörper zur Bestimmung der geometrischen Eigenschaften von  $\mu$ CT-Anlagen vorgestellt. Auf einen zylindrischen Träger aus PMMA wurden Kugeln hoher Rundheit aus ZrO<sub>2</sub> angebracht und ein Maßstab in eine zentrischen Bohrung eingebracht. Die Mittelpunkte der Kugeln in den radiometrischen Aufnahmen wurden über einen angepassten Sternoperator mit einer Genauigkeit besser als 1/100 Pixel bestimmt. Auf Grundlage der Mittelpunkte konnten erste Aussagen über das geometrische Verhalten des Gesamtsystems abgeleitet werden, wobei die einzelnen Komponenten nicht konkretisiert werden konnten. Aus diesem Grund wurde eine auf die CT angepasste Bündelblockausgleichung durchgeführt. Über die Bündelblockausgleichung wurden die Koordinaten der Kugelmittelpunkte und die Parameter der äußeren und inneren Orientierung erlauben

detaillierte Aussagen über das geometrische Verhalten des Gesamtsystems, wobei die Bewegung der Quelle auf Grund des ungünstigen Verhältnisses der Größe des Prüfkörpers und des Abstandes der Quelle zum Detektor noch nicht separat bestimmt werden konnten. Die Einflüsse des Drehtisches konnten jedoch durch eine geeignete Betrachtung der Parameter der äußeren Orientierung aufgelöst werden. Wie am Ende gezeigt wurde, konnten die geometrischen Eigenschaften so gut erfasst werden, dass nach einem Vergleich der Kugelmittelpunkte in den radiometrischen Aufnahmen mit einer simulierten Abbildung über die berechneten Parameter Differenzen kleiner als 0,075 Pixel auftraten. Als Grenze des Verfahrens ist zu benennen, dass die Parameter der inneren Orientierung noch nicht für jede radiometrischen Aufnahmen separat bestimmt werden können und damit Bewegungen der Quelle nicht aufgelöst werden.

Zukünftige Arbeiten sollen sich mit der Herstellung eines größeren Prüfkörpers beschäftigen, um die Parameter der inneren Orientierung für jede radiometrische Aufnahme separat bestimmen zu können (relative Bewegung der Quelle zum Detektor). Weiterhin sind Untersuchungen über die Eignung des Verfahrens zur Charakterisierung von Drehtischen und ggf. deren Korrektur geplant.

#### Danksagung

Die Autoren danken Herrn Harald Siems (PTB) für die Unterstützung bei der Fertigung des zylindrischen Prüfkörpers und Herrn Dieter Schulze (PTB) für die Bestimmung des Abstandes der Kugelhantel zur Bestimmung des Maßstabes. Weiterhin danken wir Herrn Danilo Schneider, Institut für Photogrammetrie und Fernerkundung der TU-Dresden, für die Beratung bei den Problemstellungen der Bündelblockausgleichung.

### Referenzen

[1] Luhmann, T.: Nahbereichsphotogrammetrie - Grundlagen, Methoden und Anwendungen; Herbert Wichmann Verlag, Heidelberg, 2000

[2] Luhmann, T.: Automatic point determination in a réseau scanning system, Symposium ISPRS Commission V, Ottawa, 1986

[3] Zeh, T.: Optical Fiber Bragg Sensors - Measurement Systems and Signal Processing, Diss., Reports on Measurement and Sensor Systems, Shaker Verlag Aachen, 2005

[4] Zhou, G.: Accurate determination of ellipse centers in digital imagery, ASPRS Annual Convention, Vol. 4, March 1986, pp. 256-264

[5] H.-P. Bähr, T. Vögtle (Hrsg.): Digitale Bildverarbeitung. Anwendungen in Photogrammetrie, Fernerkundung und GIS, Wichmann Verlag Heidelberg, 4. Auflage, 2005

[6] Bronstein et al.: Taschebuch der Mathematik, Verlag Harri Deutsch, 7. Auflage, 2008

[7] Niemeier, W.: Ausgleichungsrechnung – Statistische Auswertemethoden, Walter der Gryter GmbH Co. KG, Berlin, 2. Auflage, 2008

[8] Burger, W.; Burge, M. J.: Digitale Bildverarbeitung – Eine Einführung mit Java und ImageJ, Springer-Verlag, Berlin Heidelberg New York, 1. Auflage, 2006