

Schwingungen von Stäben als Modell für die Klangprüfung

Ute RABE, Kai GENG, Matthias GOEBEL, Ramgopal BALIJEPALLI, Friedhelm WALTE,
Bernd VALESKE

Fraunhofer Institut für zerstörungsfreie Prüfverfahren, IZFP
(Campus E3.1, 66123 Saarbrücken)

Kurzfassung. In der hier vorgestellten Arbeit wurden als einfaches Modell für die Klangprüfung Rundstäbe aus Aluminium mit verschiedenen Durchmessern und Längen untersucht. Vorteil der einfachen Modellproben ist, dass analytische Modelle angewendet werden können, mit deren Hilfe der Einfluss von Formabweichungen und Änderungen in den elastischen Konstanten auf das Schwingungsspektrum quantitativ und systematisch untersucht werden kann. Die gemessenen Spektren wurden mit Ergebnissen aus Finite-Elemente-Simulationen und analytischen Modellrechnungen verglichen. Ferner wurde die Anregung der Testkörper mit einem Hammer und der Einfluss der Lagerung der Stäbe mit Finite-Elemente-Methoden untersucht.
E-Mail: ute.rabe@izfp.fraunhofer.de

Einführung

Die Klangprüfung ist ein sehr altes Verfahren zur globalen Prüfung von Bauteilen, das früher nur als manuelles Prüfverfahren bekannt war, z.B. bei der Prüfung von Eisenbahnradern [1, 2]. Seit einiger Zeit sind Klangprüfgeräte auf dem Markt, die es erlauben, das Verfahren vollautomatisch einzusetzen und die vormals subjektive Bewertung des vom menschlichen Ohr empfangenen „Klanges“ durch eine objektive Auswertung des Schwingungsverhaltens zu ersetzen. Das Bauteil wird mit einem automatisch ausgelösten Hammer in Schwingung versetzt; die Körperschwingungen des Bauteils erzeugen Luftschall, der mit einem Mikrofon empfangen wird. Andere Verfahren der Schwingungsmessung wie zum Beispiel optische Vibrometrie können alternativ verwendet werden. Das Schwingungssignal wird digitalisiert, im Rechner Fourier-transformiert und ausgewertet. Die Lage, Amplitude und das Abklingverhalten der Resonanzen im Spektrum hängen von den Bauteildimensionen und den elastischen Konstanten des Bauteils ab. Der Messeffekt beruht darauf, dass Fehler - wie zum Beispiel Risse - das Spektrum erheblich beeinflussen können. Das Verfahren lässt sich nutzen, um Gussteile wie z.B. Nockenwellen zu prüfen [3] und Dachziegel automatisch zu sortieren [4]. Ob ein Fehler detektierbar ist, hängt allerdings entscheidend von seiner Lage und Größe ab. Die Richtung der Anregung und die Wahl des analysierten Schwingungsmodes beeinflussen die Größe des Messeffekts [5]. Als einfaches Modell wurden Rundstäbe aus Aluminium untersucht. Mit analytischen Modellen wurde der Einfluss von Formabweichungen und Änderungen in den elastischen Konstanten auf das Schwingungsspektrum untersucht. Die gemessenen Spektren wurden ferner mit Finite-Elemente-Simulationen verglichen. Die Anregung des Bauteils über einen Hammer und der Einfluss der Lagerung der Stäbe wurden untersucht.

1. Prinzip der Klangprüfung

Eigenfrequenzen sind der schwingungstechnische „Personalausweis“ eines Bauteils. Im Wesentlichen hängen die Eigenfrequenzen von der Geometrie und vom Material eines Objektes ab. In der Regel schwingt ein Körper nicht nur bei einer Eigenfrequenz, sondern es existieren unendlich viele verschiedene Schwingungsmoden mit ihren spezifischen Eigenfrequenzen. Die Frequenzbandbreite des Anregungssignals und der Detektoren sowie die Schwingungsdämpfung begrenzen die Zahl der messbaren Moden auf eine endliche Anzahl. Als Testproben wurde ein Satz von 20 Aluminiumstäben von 300 mm Länge und 29 mm Durchmesser verwendet [6]. Länge und Durchmesser einiger Stäbe wichen um wenige mm ab, um den Einfluss der Abmessungen auf die Frequenzen zu untersuchen. Ferner wurden Sägeschnitte als Testfehler eingebracht. Die wichtigsten Eigenschwingungsmoden von dünnen langen Stäben sind longitudinale Stabmoden, transversale Stabmoden (Biegemoden) und Torsionsmoden [7]. Ein kommerzielles Gerät SR 20 AT (Firma RTE Akustik + Prüftechnik GmbH, Karlsruhe), wurde benutzt, um die Eigenfrequenzen zu bestimmen [8]. Abbildung 1 zeigt den verwendeten Messaufbau.

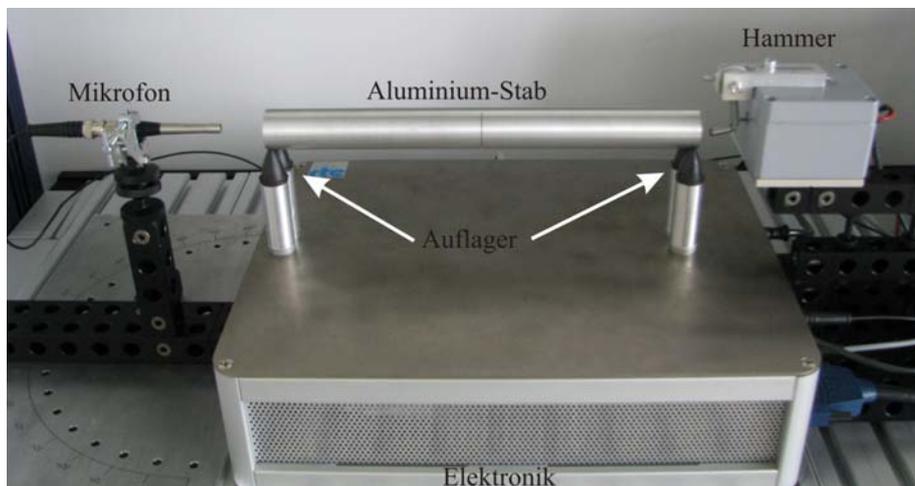


Abbildung 1: Messaufbau SR 20 AT (RTE) mit Aluminium-Stab, Mikrophon, Lagerung und Hammer.

Das Bauteil, in diesem Fall ein Aluminium-Stab mit Sägeschnitt, liegt auf vier Lagern mit kegelförmigen Weichgummispitzen. Die Elastizität des Gummis gewährleistet einen geringen lokalen Einfluss der Lagerung auf die Eigenschwingungen des Stabes, so dass das Bauteil annähernd frei schwingen kann. Um das zu untersuchende Prüfobjekt zum Schwingen anzuregen, wird es impulsförmig mit einem elektro-dynamischen Hammer angeschlagen. Der elektro-dynamische Hammer wird über einen Computer angesteuert. Das schwingende Bauteil strahlt Schallwellen in die umgebende Luft ab.

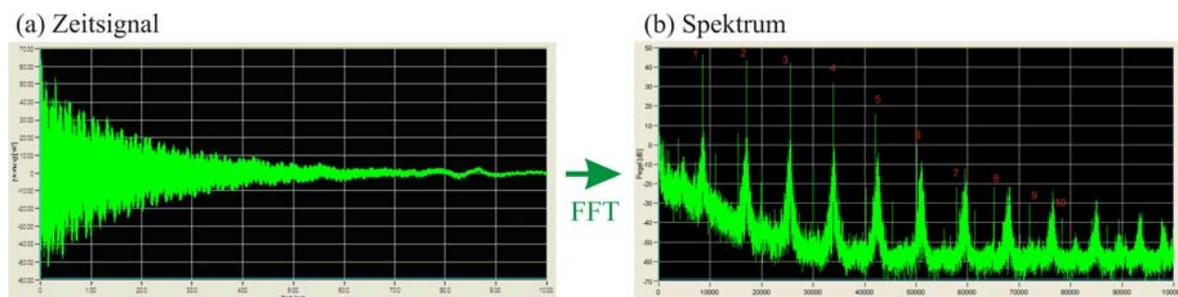


Abbildung 2: Zeitsignal und Frequenzspektrum eines Stabes.

Ein Richtmikrofon MI 17 (Frequenzbereich von 20 Hz bis 20 kHz) (Firma AVM Mess- und Prüfgeräte für Akustik und Vibration, Büttelborn) wurde als Schallaufnehmer genutzt. Die analogen Wechselspannungssignale des Mikrofons werden mit der im SR 20 AT eingebauten Analog/Digital Wandlerkarte digitalisiert. Abbildung 2a zeigt das abklingende Zeitsignal. Durch eine Frequenzanalyse (FFT, Fast Fourier Transformation) werden die Eigenfrequenzen berechnet. Jede ausgeprägte Linie repräsentiert eine Eigenfrequenz (Abb. 2b). Wenn der Pegel höher ist, ist die Schwingung auf der jeweiligen Frequenz stärker. Durch geeignete Ausrichtung von Hammer und Mikrophon kann beeinflusst werden, welche Moden bevorzugt angeregt und detektiert werden. Wenn der Hammer an eine Stirnfläche des Stabes anschlägt, (Abb. 3a) werden hauptsächlich Dehnwellen in Längsrichtung des Stabes angeregt, aus denen durch konstruktive Interferenz longitudinale Stabmoden entstehen. Vor der gegenüberliegenden Stirnseite ist das Mikrophon montiert. Wenn der Hammer senkrecht zur Längsrichtung des Stabes anschlägt (Abb. 3b), werden Biegeschwingungen und Biegemoden bevorzugt angeregt. Entsprechend wurde das Mikrophon vor der Längsseite des Stabes dem Hammer gegenüber montiert.

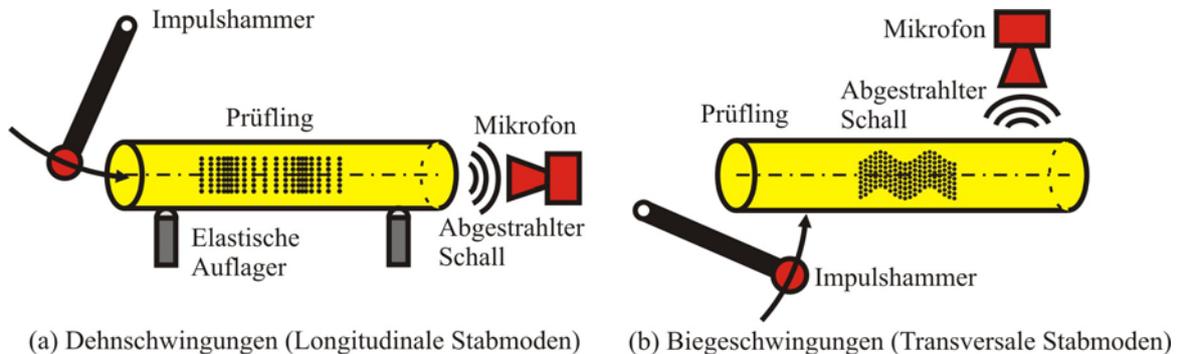


Abbildung 3: Schematische Darstellung der Anregung für Dehnschwingung und Biegeschwingung.

Die ersten 10 Biege- und Longitudinalmoden der Stäbe ließen sich mit analytischen Formeln gut berechnen. Die Übereinstimmung zwischen den berechneten und gemessenen Eigenfrequenzen verbesserte sich deutlich, nachdem verfeinerte analytische Formeln verwendet wurden, die den Querschnitt der Stäbe berücksichtigen [6, 9]. Torsionsmoden können in zylindrischen Stäben nur schwer mit einem Hammer angeregt werden. Auch würden sie im Idealfall eines perfekt symmetrischen runden Stabes keinen Schall in die Umgebung abstrahlen, denn die Torsionsmoden erzeugen keine Auslenkungen senkrecht zur Oberfläche des Stabes, die Druckwellen in Luft anregen.

2. Simulation der Eigenfrequenzen der Stäbe mit Finite-Elemente-Methode

Heute ist die Finite-Elemente-Methode (FEM) eines der wichtigsten numerischen Rechenverfahren, das in den verschiedensten Bereichen Verwendung findet, insbesondere im Ingenieurwesen. Alle Finite Elemente Berechnungen wurden mit der kommerziellen Software COMSOL Multiphysics durchgeführt [10]. Die FE-Modellierung geschieht in den folgenden Arbeitsschritten:

- I. Vorverarbeitung (Preprocessing),
 - Ia: Modellierung der Geometrie,
 - Ib: Eingabe der Randbedingungen,
 - Ic: Auswahl der Elemente und Diskretisierung,
- II. Lösung,
- III. Nachbearbeitung (Postprocessing): Darstellung der Ergebnisse.

Bei dieser Arbeit wurde die FEM-Simulation in 3-D durchgeführt. Mit Hilfe von Ultraschall-Laufzeitmessungen wurden die Schallgeschwindigkeiten der Longitudinalwelle c_L und der Scherwelle c_T des Aluminiummaterials, aus dem die Stäbe gefertigt waren, bestimmt. Hiermit wurden der Youngsche Modul E und die Poissonzahl μ berechnet. Diese beiden Konstanten wurden in COMSOL als Werkstoffeigenschaft eingegeben. Für die Berechnungen der Eigenfrequenzen des Stabes wurden die Ränder als spannungsfrei definiert. Nach der Eingabe der Randbedingungen wird der Element-Typ gewählt (Tetraeder) und das Objekt wird diskretisiert. Mit Rücksicht auf den Rechenaufwand und die Genauigkeit wurde die Elementgröße „Extremely fine“ in COMSOL ausgewählt. Damit wurde die Diskretisierung automatisch durchgeführt. Anschließend wurde das Lösungsverfahren „Eigenfrequency“ in COMSOL gewählt, um die Resonanzfrequenzen zu bestimmen. Die letzte Stufe in COMSOL besteht in der Darstellung der Ergebnisse, z. B. der berechneten Amplituden oder Spannungen an bestimmten Punkten, Linien oder Flächen der untersuchten Struktur.

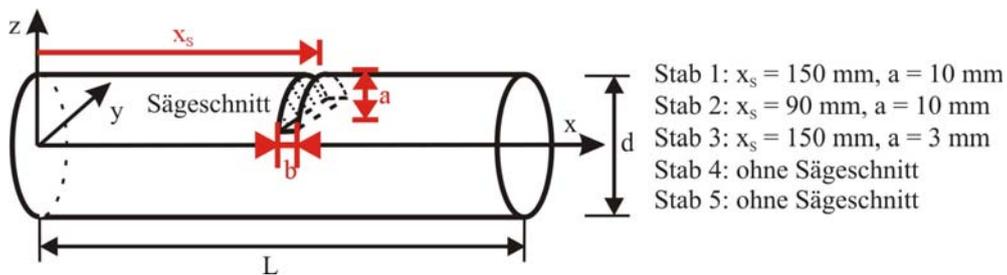


Abbildung 4: Geometrisches Modell des Stabes mit Sägeschnitt. Die Länge L dieser fünf Stäbe betrug 300 mm und der Durchmesser d 29 mm. Die Breite der Sägeschnitte war 0,4 mm.

Für den unversehrten Stab mit 300 mm Länge und 29 mm Durchmesser, sowie für drei Stäbe (Abb. 4) mit Sägeschnitten mit verschiedenen Tiefen und Positionen wurden in COMSOL die Eigenmoden analysiert.

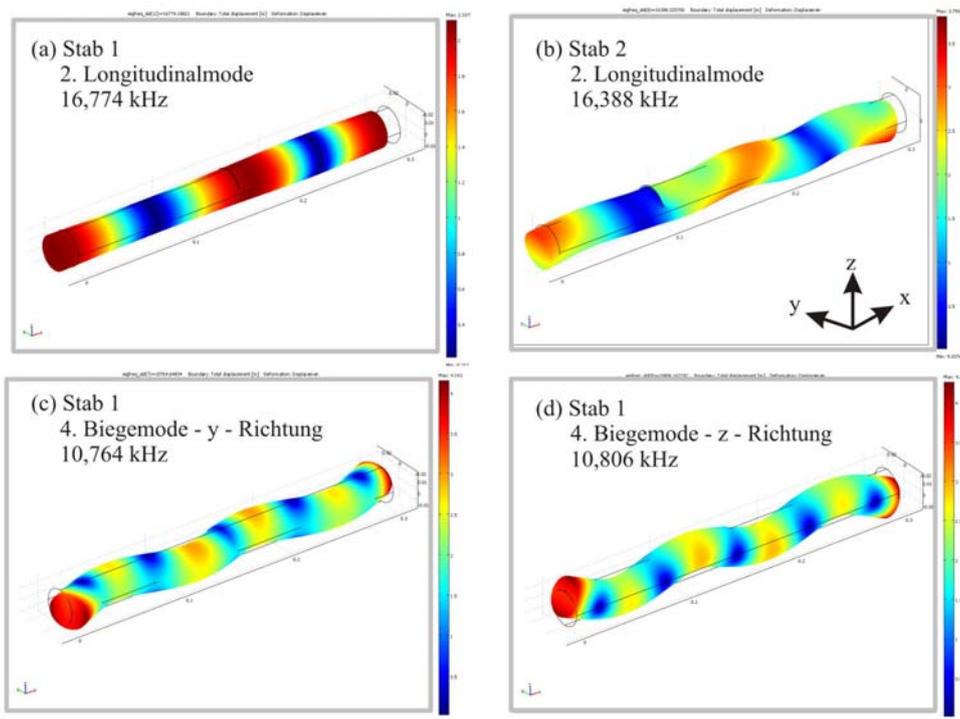


Abbildung 5: Amplitudenverteilung und Frequenz für zwei Longitudinalmoden und zwei Biegemoden der Stäbe mit Sägeschnitt.

In Abbildung 5 werden beispielhaft einige Schwingungsmoden an Stäben mit Sägeschnitt gezeigt. Die lokale Amplitude ist farbkodiert dargestellt. Vergleicht man die Longitudinalmoden der Stäbe mit Sägeschnitt mit denen des intakten Stabes, so beobachtet man eine Frequenzverschiebung. Abbildung 6 zeigt gemessene Spektren des ersten Longitudinalmoden von Stab 1 (10 mm tiefer Sägeschnitt in der Mitte), Stab 3 (3 mm tiefer Sägeschnitt in der Mitte) und Stab 5 (ohne Sägeschnitt). Während beim 1. Longitudinalmode eine deutliche Frequenzverschiebung zu beobachten ist, ändert sich die Frequenz des 2. Longitudinalmodes durch den Sägeschnitt nur sehr wenig.

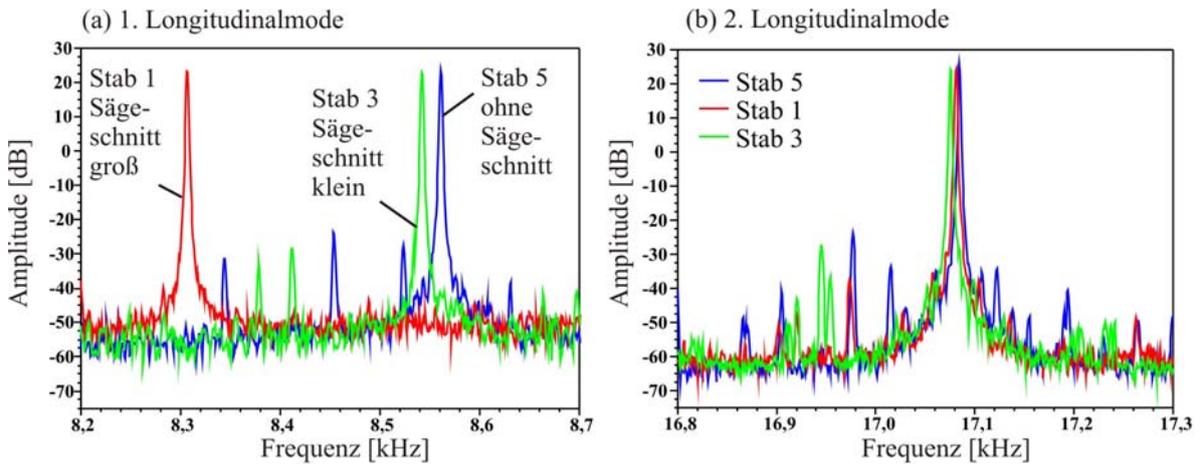


Abbildung 6: Gemessene Frequenzspektren für den ersten und zweiten Longitudinalmode.

Die Frequenzverschiebung Δf_n wird als

$$\Delta f_n = f_{n,\text{Säge}} - f_n \quad (1)$$

definiert. Hier ist $f_{n,\text{Säge}}$ die Frequenz des Stabes mit Sägeschnitte und f_n ist die Frequenz des intakten Stabes. In Abbildung 7 ist die relative Frequenzverschiebung $\Delta f_n / f_n$ in % für die Longitudinalmoden mit Ordnungszahlen $n = 1$ bis $n = 10$ in einem Balkendiagramm aufgetragen. Die Abbildung zeigt eine sehr gute Übereinstimmung zwischen FEM-Simulation und Experiment. Bei Stab 1 (Sägeschnitt in der Mitte) erkennt man einen systematischen Unterschied zwischen der Verschiebung von Moden mit geraden und ungeraden Ordnungszahlen, während dies bei Stab 2 (Sägeschnitt nicht in der Mitte) nicht der Fall ist.

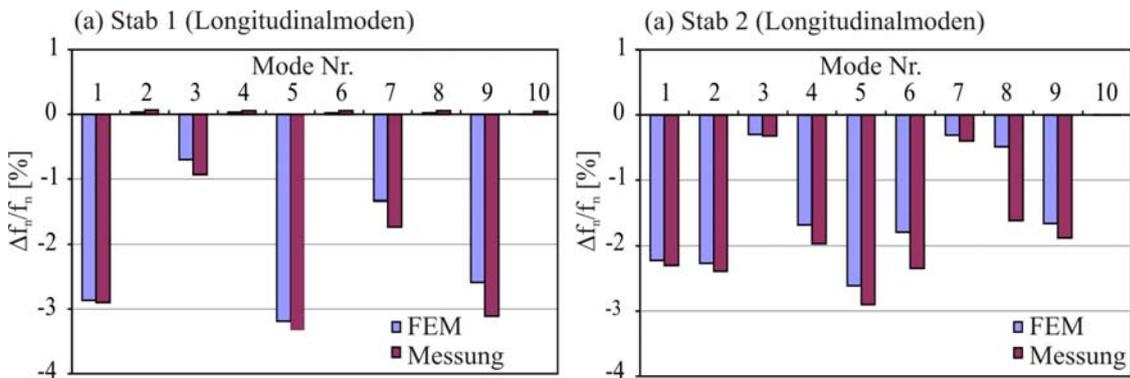


Abbildung 7: Relative Frequenzverschiebung $\Delta f_n / f_n$ in % ($n = 1$ bis $n = 10$) der longitudinalen Moden für Stab 1 und Stab 2.

Um die unterschiedlich starke Frequenzverschiebung der Moden zu klären, wurden die lokale Auslenkung $u(x)$ und Normalspannung $\sigma(x)$ der Longitudinalmoden untersucht [6]. Abbildung 8a zeigt die normierte Auslenkung $u(x) / u_0$:

$$u(x) = u_0 \cdot \cos\left(\frac{n \cdot \pi}{L} \cdot x\right) \quad (2)$$

u_0 ist die Amplitude der Auslenkung, die von der Stärke des Hammerschlags abhängt. L ist die Gesamtlänge des Stabes. Nach dem Hookeschen Gesetz ist die Normalspannung $\sigma(x)$ proportional zur örtlichen Ableitung der Auslenkung $u(x)$:

$$\sigma(x) = E \frac{\partial u(x)}{\partial x} \quad (3)$$

E ist der Elastizitätsmodul des Stabes in x -Richtung. Durch Einsetzen von Gleichung (2) in Gleichung (3) kann man die normierte Spannung $|\sigma(x) / \sigma_0|$ im Stab berechnen (Abb. 8b):

$$\sigma(x) = -\frac{E \cdot u_0 \cdot n \cdot \pi}{L} \sin\left(\frac{n \cdot \pi}{L} \cdot x\right) = \sigma_0 \cdot n \cdot \pi \cdot \sin\left(\frac{n \cdot \pi}{L} \cdot x\right) \quad (4)$$

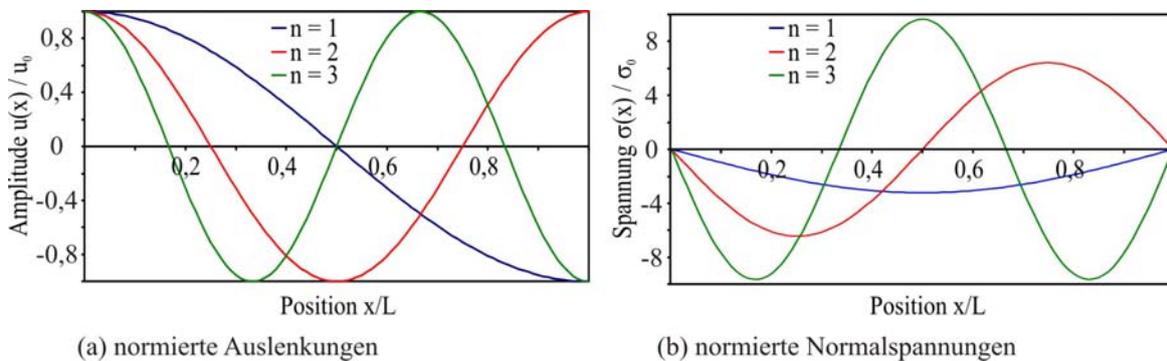


Abbildung 8: Lokale normierte Amplitude und lokale normierte Spannung für die ersten drei Longitudinalmoden eines Stabes mit spannungsfreien Rändern.

Der Vergleich von Abb. 7 mit Abb. 8b lässt vermuten, dass die Frequenzverschiebung $\Delta f_n / f_n$ mit der lokalen Spannung $|\sigma(x) / \sigma_0|$ am Ort des Sägeschnitts korreliert. In Abbildung 9 wurde daher die Frequenzverschiebung mit der lokalen Spannung am Ort des Sägeschnittes normiert. Die Frequenzverschiebung der Moden mit ungeradem n ist nach der Normierung für Stab 1 und Stab 2 ähnlich. Die verbleibenden Unterschiede in der normierten Frequenzverschiebung der einzelnen Moden wären in weiteren Untersuchungen noch zu klären. Es ist für die Fehlerprüfung wichtig, dass Fehler nur dann einen großen Einfluss auf die Spektren haben, wenn sie an Stellen hoher lokaler Spannung liegen.

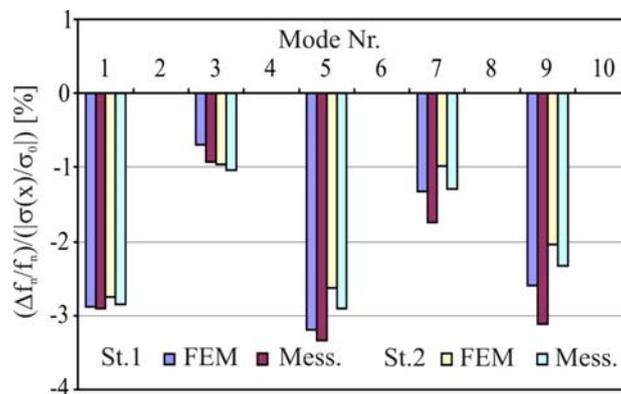


Abbildung 9: Der Quotient $(\Delta f_n / f_n) / (|\sigma(x) / \sigma_0|)$ für Stab 1 und Stab 2.

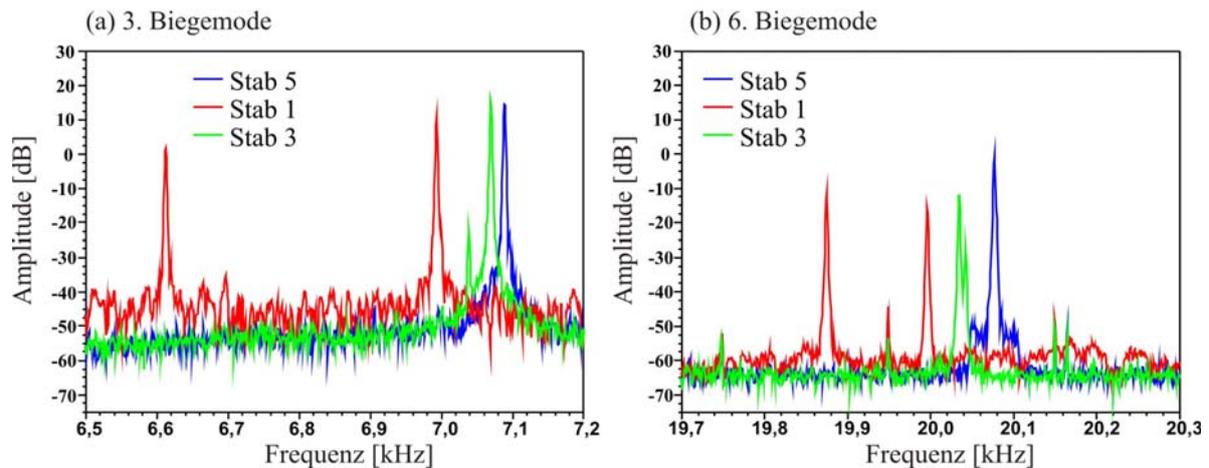


Abbildung 10: Gemessene Frequenzspektren für den 3. und den 6. Biegemode. Stab 5 (blau) hatte keinen Sägeschnitt. Stab 1 (rot) hat einen großen Sägeschnitt in der Mitte. Statt einer Resonanz beobachtet man zwei Maxima, die beide gegenüber dem des intakten Stabes verschoben sind. Bei Stab 3 (grün) ist die Frequenzaufspaltung gering.

Abbildung 10 zeigt zwei Beispiele der gemessenen Frequenzspektren für den dritten und den sechsten Biegemode. Die Geometrie des zylindrischen, intakten Stabes ist rotationssymmetrisch zur Längsachse, so dass die Biegemoden unabhängig von ihrer Auslenkungsrichtung dieselbe Eigenfrequenz besitzen. Diese Symmetrie wird durch den Sägeschnitt gebrochen, was zu einer Aufspaltung der Biegemoden führt. D.h. bei Balken mit Sägeschnitt entstehen für einen Biegemode zwei unterschiedliche Eigenfrequenzen je nachdem ob die Auslenkung parallel oder senkrecht zur Schnittlinie des Sägeschnitts ist. Abb. 5c und d zeigt ein solches Beispiel in der FEM Simulation. Abb. 11 zeigt, dass die doppelten Maxima tatsächlich durch eine Aufspaltung der Moden in die verschiedenen Schwingungsrichtungen erklärt werden können. Bei dieser Messung befanden sich Hammer und Mikrofon gegenüber jeweils der Längsseite des Stabes zugewandt wie in Abb. 3b. Hammer und Mikrofon definieren die Messrichtung. Am Anfang war der Sägeschnitt des Stabes nach unten, d.h. die Schnittlinie war senkrecht zur Messrichtung orientiert. Der Stab wurde anschließend 3-mal um 90° um seine Längsachse gedreht. Man erkennt, dass beide Moden bei jeder Messung im Spektrum erscheinen, abhängig von der Orientierung des Sägeschnitts relativ zur Messrichtung ändert sich jedoch die relative Amplitude.

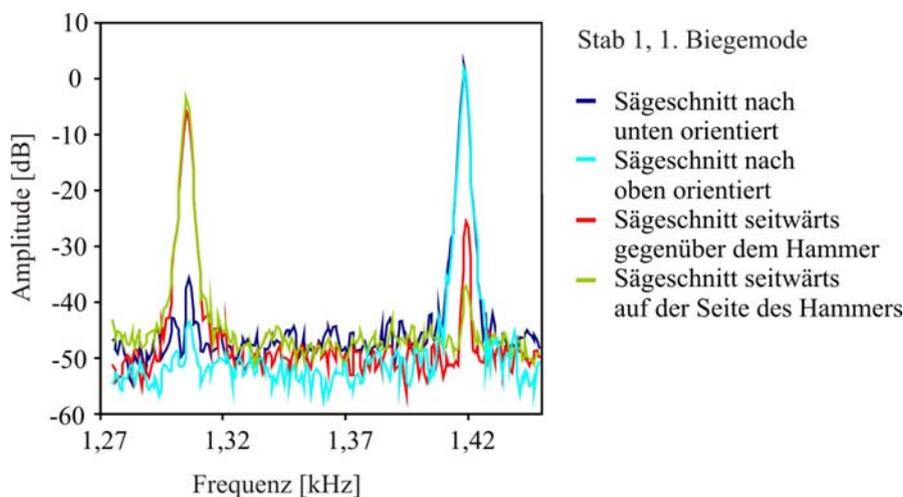


Abbildung 11: Der Einfluss der Ausrichtung des Sägeschnitts relativ zur Messrichtung auf das Spektrum. Die Amplitude der beiden Moden, in die der erste Biegemode sich aufgespalten hat, variiert in Abhängigkeit von der Richtung.

Zusammenfassung

Im Rahmen dieser Arbeit wurden die Eigenfrequenzen der Schwingungsmoden von Aluminium-Stäben mit und ohne Sägeschnitt mit der FEM Software COMSOL berechnet und mit akustischer Resonanzanalyse experimentell bestimmt. Die FEM-Simulation für die Eigenfrequenzen der ersten 10 Biegemoden und der Longitudinalmoden der Stäbe stimmt mit dem Experiment gut überein. Es wurde untersucht, wie stark sich die Schwingungsfrequenz verschiebt, wenn ein Sägeschnitt in den Stäben vorhanden ist. Falls der Sägeschnitt in der Mitte liegt, verschieben sich die Eigenfrequenzen der Longitudinalmoden mit gerader Ordnungszahl n ($n = 2, 4, 6, \dots$) fast gar nicht, während sich die Longitudinalmoden mit ungerader Ordnungszahl n ($n = 1, 3, 5, \dots$) deutlich messbar verschieben. Wenn sich der Sägeschnitt nicht in der Mitte befindet, beobachtet man eine variierende Frequenzverschiebung aller Moden. Die Frequenzverschiebung lässt sich mit der mechanischen Spannung am Ort des Sägeschnitts korrelieren. Wenn sich der Sägeschnitt in der Mitte befindet, ist die mechanische Spannung bei Moden mit gerader Ordnungszahl am Ort des Sägeschnitts Null. Deshalb beobachtet man keine Frequenzverschiebung der geradzahligen Moden. Bei den Longitudinalmoden mit ungeraden Ordnungszahlen n ($n = 1, 3, 5, \dots$) wurde die Frequenzverschiebung auf die lokale Spannung am Ort des Sägeschnitts normiert. Nach dieser Normierung zeigt die relative Frequenzverschiebung der Balkens dasselbe Verhalten, unabhängig davon, ob der Sägeschnitt in der Mitte sitzt oder nicht. Dies zeigt, wie wichtig es für die Detektion eines Fehlers ist, dass die lokale mechanische Spannung eines Schwingungsmodes am Ort des Fehlers hoch ist.

Bei den Biegemoden wurde nicht nur eine Frequenzverschiebung sondern auch eine Aufspaltung der Moden beobachtet, wenn die Stäbe einen Sägeschnitt hatten. Wegen der Symmetrie eines zylindrischen Stabes haben Eigenschwingungen in y - und in z -Richtung bei intakten Stäben dieselbe Frequenz. Der Sägeschnitt zerstört die geometrische Symmetrie des Stabes, und es entstehen zwei unterschiedliche Biegemoden in y -Richtung und in z -Richtung, d.h. parallel und senkrecht zur Richtung des Sägeschnitts. Dies konnte mit FEM gezeigt werden. Durch Drehung des Stabes um seine Längsachse konnte experimentell gezeigt werden, dass die beiden verschiedenen Maxima im Spektrum unterschiedlichen Schwingungsrichtungen des Biegemodes zuzuordnen sind.

Referenzen

- [1] C. J. Hellier, Handbook of Non-destructive testing, Mc Graw-Hill, New York (2001).
- [2] <http://www.transportarchive.org.uk/getsingleobject.php?rnum=L1186>
- [3] J. Hertlin und K. Heldmann, Akustische Resonanzanalyse zur Reiß- und Gefügeprüfung in der Serienfertigung, Gießerei-Praxis 9 (2000) 385-388.
- [4] H. Jonuscheit, Innovative Klangprüfung und Trockensortierung für baukeramische Produkte am Beispiel von Dachziegeln, Keramische Zeitschrift 55 (2003) 96-98.
- [5] R. Steinbuch und L. Schmidt, Quantifizierung von Bauteildeviationen aus Spektralverschiebungen mit CAE-Methoden, Patenschrift DE 101 37 364 B4 (2001)
- [6] D. Dräger, Einflüsse von Bauteiltoleranzen und Bauteilfehlern auf die akustische Resonanzanalyse, Diplomarbeit, Hochschule für Technik und Wirtschaft des Saarlandes, 2008.
- [7] C.M. Harris, C.E. Crede, Shock and Vibration Handbook, McGraw Hill, New York, 1976.
- [8] RTE Akustik + Prüftechnik GmbH <http://www.rte.de/index.php>
- [9] R. Balijepalli, Acoustical Resonance Analysis of Finite Rods with Cylindrical Cross Section, Master Thesis, Universität des Saarlandes, 2009.
- [10] 2005 Structural Mechanics Module User's Guide (Comsol Multiphysics 3.2) <http://www.comsol.com/>