

# Modellrekonstruktionen unvollständiger computertomographischer Datensätze

Andreas KUPSCH, Axel LANGE, Manfred P. HENTSCHEL,

BAM Bundesanstalt für Materialforschung und -prüfung, 12200 Berlin

**Kurzfassung.** Wir präsentieren Modellrekonstruktionen mit dem DIRECTT-Algorithmus, die die häufig auftretenden Restriktionen einer Messung simulieren und die Vorteile gegenüber der herkömmlichen gefilterten Rückprojektion verdeutlichen. In experimentellen Daten treten diese Limitierungen oft in Kombination auf. Darüber hinaus erweist sich für die DIRECTT-Rekonstruktionen die Art der Filterung als unwesentlich für die Qualität, wenn genügend viele Iterationen verwendet werden. Sogar ein völliger Verzicht auf eine Filterung erbringt präzise Rekonstruktionen.

Die Rekonstruktion von Region of Interest- (ROI), Few Angles- und Limited View-Datensätzen erfordert die Behandlung unvollständiger Bahnen (ausgewählter) Rekonstruktionselemente. Der Verzicht auf die konventionelle Filterung vermeidet die typischen stark anisotropen Artefakte durch direkte, ortsrichtige Zuordnung der Trajektorien im Rekonstruktionsraum.

In allen Fällen der Rekonstruktion unvollständiger Datensätze mittels DIRECTT zeigen sich die erheblichen Verbesserungen gegenüber dem Stand der Technik.

## Einführung

Die Anforderungen an die Messaufgaben der Computertomographie (CT) wachsen mit ihrer fortschreitenden Verbreitung. Über den etablierten Einsatz für die Lokalisierung von Defekten in Bauteilen und Werkstoffen hinaus rücken verstärkt metrologische Anwendungen mit höchsten Genauigkeitsansprüchen ergänzend zu taktilen und optischen Messverfahren (Reverse Engineering) in den Mittelpunkt des Interesses.

Reale computertomographische Datensätze weisen jedoch oft Restriktionen, d.h. einschränkende Abweichungen von den Idealbedingungen einer CT-Messung, auf. Dies kann sowohl durch die Größe und die Zusammensetzung (Material) des Untersuchungsobjektes als auch durch die Größe und den Dynamikbereich des Detektors und Kombinationen daraus bedingt sein. Bei zu großen Objekten ist der zugängliche Winkelbereich naturgemäß eingeschränkt.

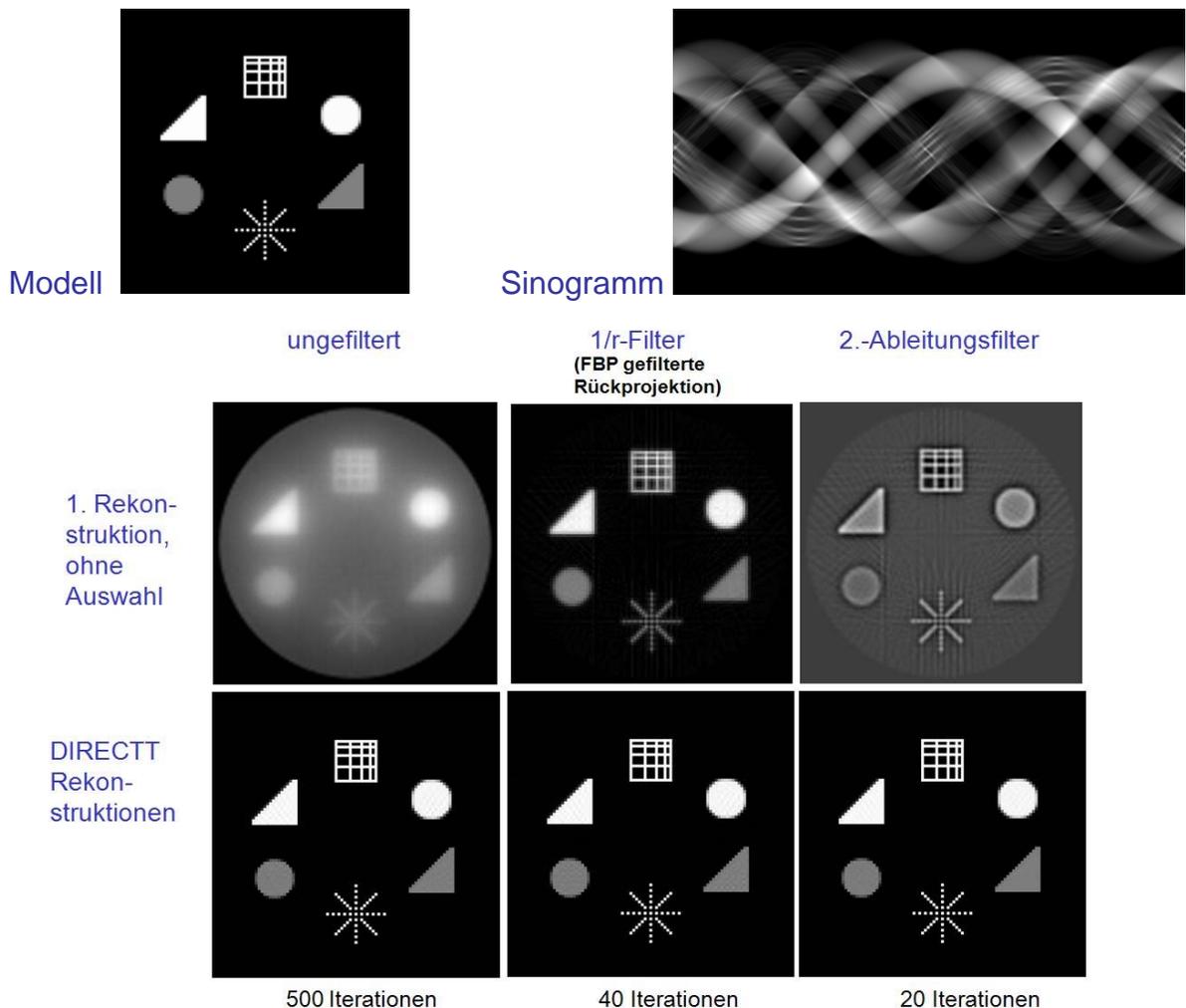
Beispielsweise kann ein großes Aspektverhältnis Nichtdurchstrahlbarkeit in einem Projektionswinkelbereich nach sich ziehen. Opake Teilvolumina bedeuten einen fehlenden Winkelsektor für jene Bereiche, die in der jeweiligen Durchstrahlungsrichtung vor oder hinter diesen liegen. Mit abnehmendem Abstand vom opaken Teilbereich steigt die Größe des fehlenden Sektors. Derartige Einschränkungen führen bei Verwendung konventioneller Rekonstruktionsmethoden (gefilterte Rückprojektion) unvermeidlich zu oft erheblichen Artefakten. Diese können weitgehend vermieden werden, wenn der eigens entwickelte iterative DIRECTT-Algorithmus problemgemäß eingesetzt wird. Für systematische Untersuchungen der erreichten Fortschritte eignen sich Modellrechnungen besser als

experimentelle Daten. Sie bieten insbesondere die Möglichkeit, einzelne Typen von Restriktionen isoliert zu betrachten. Der Vergleich der Rekonstruktionen mit der vorab bekannten Lösung – dem Modell – zeigt isoliert typische Rekonstruktionsartefakte auf.

Das Prinzip des DIRECTT-Algorithmus wurde bereits im Zusammenhang mit seinen Möglichkeiten der verbesserten Ortsauflösung beschrieben [1,2].

Seine wesentlichen Merkmale betreffen:

- Integration entlang der (sinusartigen) Trajektorien aller Rekonstruktionspixel
- optionale Filterung der Trajektorienintegrale
- Auswahl und Gewichtung eines vorgewählten Anteils
- Ablage der selektierten Trajektorienintegrale als Rekonstruktionselemente
- Projektion der bereits rekonstruierten Elemente
- Subtraktion dieser Projektionen vom „Messdatensatz“ (Dichtesinogramm)
- Rekonstruktion des erhaltenen „Restsinogramms“ wie zuvor
- Addition der aktuellen Rekonstruktionselemente zu einer Rekonstruktionssumme
- iterative Fortführung der Prozedur
- Abbruch bei Konvergenz des Restsinogramms



**Abb. 1:** Unabhängigkeit der Rekonstruktions-Qualität von der Filterwahl; oben: Modell (101×101 Pixel) und 360×1°-Dichtesinogramm; unten: ein- und mehrmalige Rekonstruktionen mit verschiedenen Filtern; gleiche Rekonstruktionsgüte bei hinreichend vielen Iterationen mittels DIRECTT

Der Algorithmus kann eingeordnet werden als direkte iterative Inversion der Radon-Transformation [3]. Die Radon-Transformation entspricht abstrakt dem messtechnischen Projektionsvorgang unter dichtliegenden (vollständigen) Winkelsätzen über einen Voll- oder Halbkreis je nach Parallel- oder Fächerstrahlanordnung, deren Inversion mit diskreten Stützstellen mathematisch nicht möglich ist.

Anschaulich betrachtet ergibt sich dies aus der Überlagerung von projizierten Spuren der Objektvoxel im Sinogramm, deren Gewichte deshalb nicht exakt den zugehörigen Rekonstruktionspixeln zugeordnet werden können. Diese Aufgabe kann jedoch durch Auswahl dominanter Spuren und Bewertung mit einem Teilgewicht, deren Teilrekonstruktion und der iterativen Wiederholung bewältigt werden. Dabei können die Auswahlkriterien nach geeigneten (integralen) Gewichts- oder Kontrastkriterien gewählt werden. Mit diesem Grundansatz für den DIRECTT-Algorithmus führen in toleranter Weise sehr verschiedene Auswahlkriterien nach genügend vielen Iterationsschritten zu scharfen Rekonstruktionsbildern (Abb. 1). Die viel diskutierte Frage der richtigen (problemangepassten) Filterwahl erweist sich hier als gegenstandslos, wenn nur die Projektion hinreichend präzise ist. Der Filter beeinflusst die Konvergenzgeschwindigkeit wesentlich, nicht jedoch die Qualität des Rekonstruktionsergebnisses. Basierend auf einer derart hohen Redundanz, die sich erklärt durch die präzisen Mittelwerte der einzelnen Trajektorien in Sinogrammen mit zahlreichen Projektionswinkeln, ist es auch möglich, unvollständige Projektionsdatensätze qualitativ vorteilhaft zu rekonstruieren.

Im Gegensatz zur gefilterten Rückprojektion erfolgt eine integrale Betrachtung nicht entlang der diskreten Detektorabbildung, sondern entlang der zahlreichen Projektionswinkel. Die Berechnungen werden auf Basis einer kartesischen Matrix mit quadratischen Elementen ausgeführt.

### **Limited View**

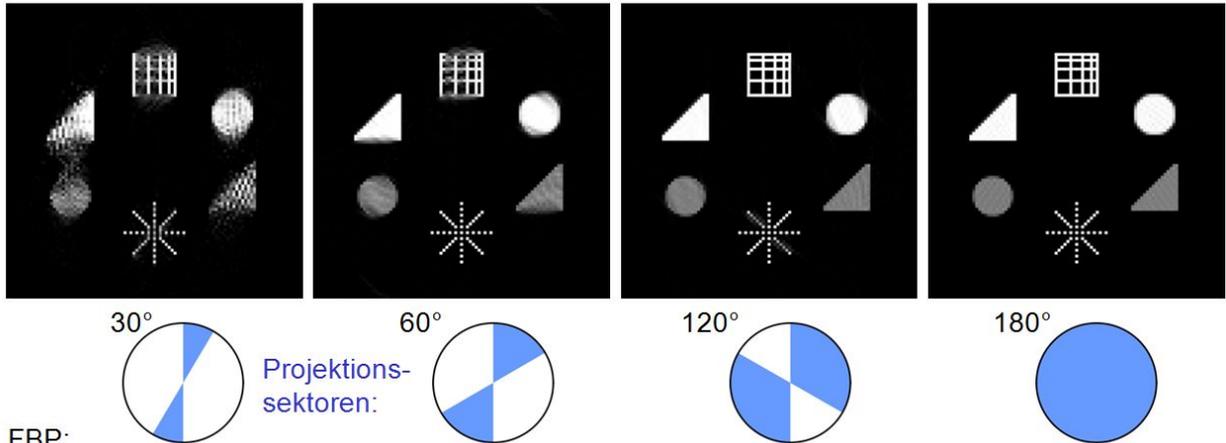
Das Limited View-Problem der Computertomographie betrifft das Fehlen von Projektionswinkeln eines zusammenhängenden Winkelsektors. Dieser Sachverhalt ist auch unter den Begriffen „Limited Angle“ oder „Missing Wedge“ bekannt. Im Falle der Parallelstrahlprojektion ist der vollständige Winkelsatz bereits mit einem  $180^\circ$ -Sektor erreicht, im Falle eines Fächerstrahls bei „ $180^\circ$ +Fächerwinkel“.

Die typischen Limited View-Artefakte, wie in den FBP-Rekonstruktionen in Abb. 2 unten erkennbar, resultieren aus der fehlenden Information entlang der benutzten Durchstrahlungsrichtungen. Entsprechend einem Trivialverständnis der gefilterten Rückprojektion als unvollständige Summation von gleich langen projizierten Streifen der gefilterten Sinogrammzeilen müssen entlang der mittleren Durchstrahlungsrichtung Streak-Artefakte entstehen.

Im Gegensatz dazu verringert die ortsrichtige Zuordnung von (hier: unvollständigen!) Trajektorien zu Rekonstruktionselementen bereits bei der gewichteten Auswahl diese Artefakte im Falle der DIRECTT-Rekonstruktion. Dieser Vorzug verstärkt sich durch iteratives Vorgehen. Für die vorteilhafte Nutzung des neuartigen Algorithmus ist die Wahl der Rekonstruktionsparameter wesentlich. Für die Beispiele in Abb. 2 und 3 wird ein 5-Pixel-„Kontrast“-Filter verwendet, um die Reichweite der artefaktischen Effekte der konventionellen Filterung einzuschränken. Für die Auswahl werden Anteile von nur wenigen Prozent verwendet. Die relative Gewichtung der Rekonstruktionselemente beträgt etwa 10%. Für den Umgang mit sehr kleinen Projektionssektoren ist es erforderlich, in der Rekonstruktionssumme negative und zu große „Dichten“ zu unterdrücken. Die in Abb. 2 oben dargestellten DIRECTT-Rekonstruktionen aus Datensätzen von Teilsektoren ergeben für alle Beispiele erhebliche

Vorteile. Besonders augenscheinliche Unterschiede ergeben sich für die kleinen Winkelsektoren, deren konventionelle Rekonstruktionen mangelhaft sind. Diese enormen Verbesserungen werden jedoch auf Kosten großer Rechenzeit aufgrund vieler notwendiger Zyklen erreicht: je kleiner der Sektor, desto höher die Iterationsanzahl, aber auch die Verbesserung der Rekonstruktionsqualität.

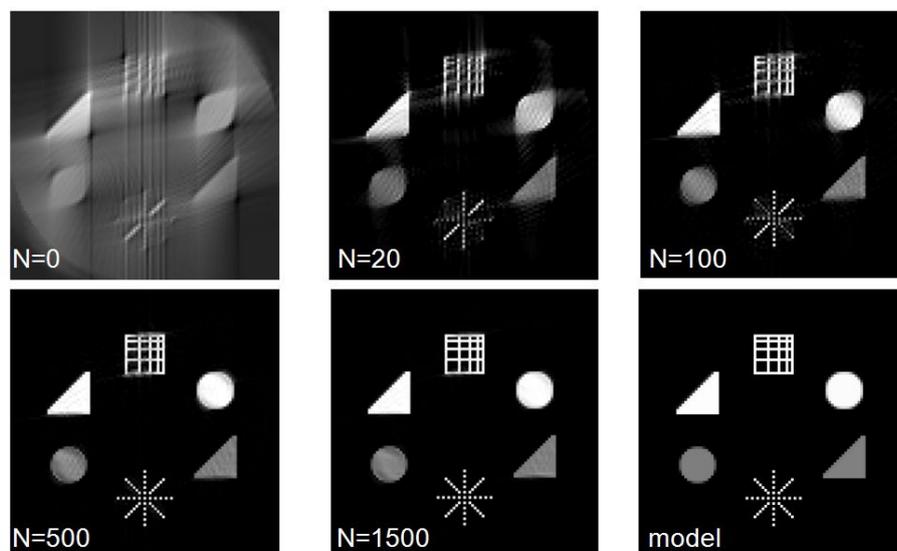
DIRECTT:



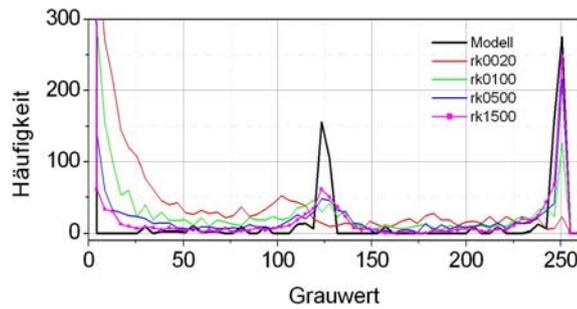
FBP:



**Abb. 2:** Vergleich von Limited-View-Rekonstruktionen mit DIRECTT (oben) und gefilterter Rückprojektion (unten) mit skizzierten Projektionssektoren (Parallelstrahlgeometrie)



**Abb. 3:** Verbesserung der Rekonstruktionsqualität aus einem  $80 \times 1^\circ$ -Sinogramm in Abhängigkeit von der Anzahl der Iterationszyklen (DIRECTT-Rekonstruktion)



**Abb. 4:** Grauwert-Histogramme der Rekonstruktionen nach unterschiedlichen Iterationszyklen aus Abb. 3 im Vergleich

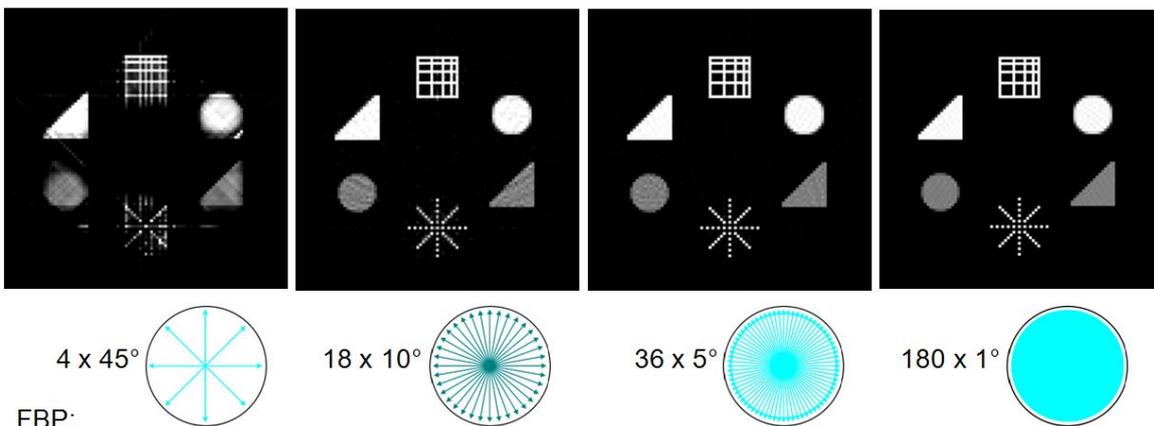
Für das Verständnis des konvergenten Fortschrittes der Iteration eines  $80^\circ$ -Sinogramms wird in Abb. 3 eine Serie von bis zu 1500 Iterationen gezeigt. Die nahezu ortstreu Rekonstruktion zeigt bereits nach 500 Iterationen visuell kaum wahrnehmbare Unterschiede zum Modell. Dennoch ist selbst nach 1500 Iterationen noch keine Konvergenz des Restsinogramms, also in diesem Stadium der Grenzwert der Qualität noch nicht erreicht.

Bezüglich der Rekonstruktion der unterschiedlichen Dichten des  $80^\circ$ -Sinogramms kann der Iterationsfortschritt anhand der zugehörigen Grauerthistogramme quantifiziert werden (Abb. 4).

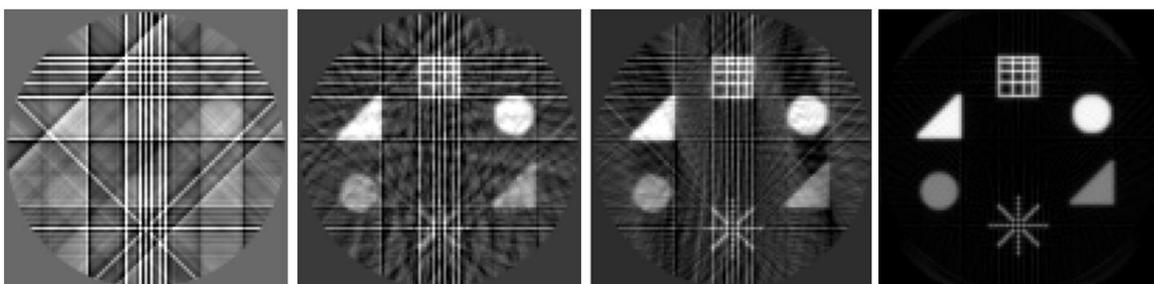
### Few Angles

Unter den möglichen Restriktionen der Computertomographie wird der Fall weniger Projektionswinkel als Few Angles-Problem (auch: Few Views) bezeichnet. Sie sind für die viel diskutierten Anforderungen an eine produktionsnahe industrielle Inline-CT typisch. Der Extremfall für wenige Winkel ist als Mehrwinkelradiographie bekannt.

DIRECTT:



FBP:



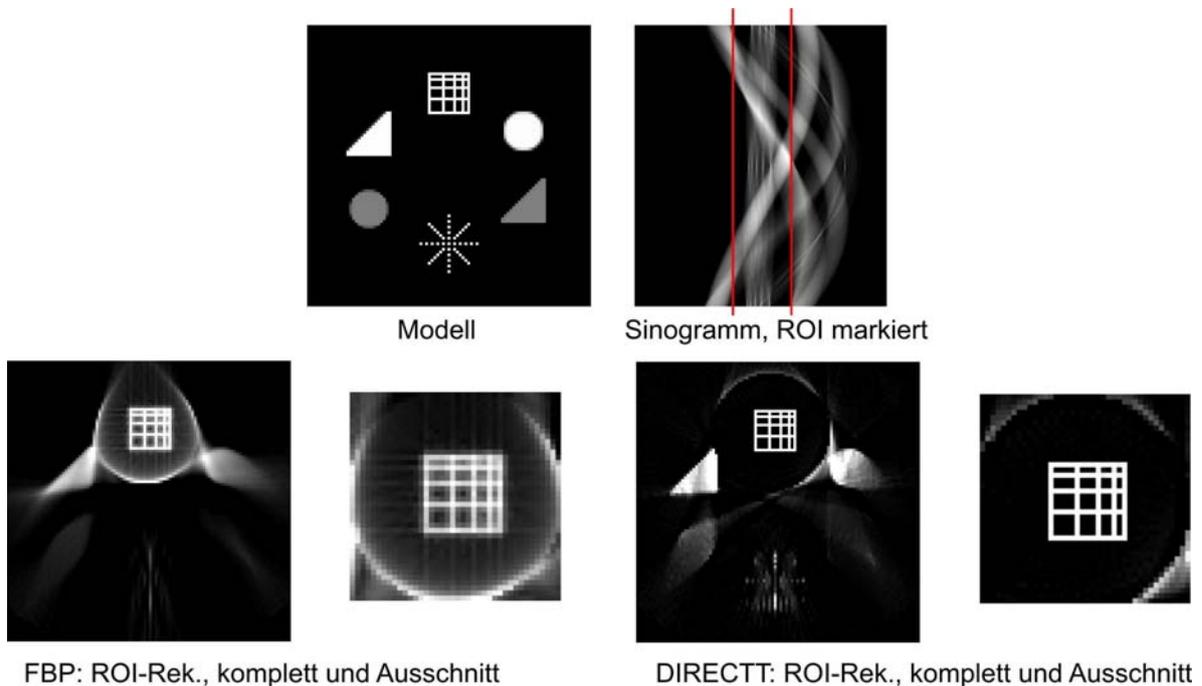
**Abb. 5:** Vergleich von Few-Angles-Rekonstruktionen mit DIRECTT (oben) und gefilterter Rückprojektion (unten) mit skizzierten Projektionssektoren (Parallelstrahlgeometrie)

Besteht der Messdatensatz (das Sinogramm) aus sehr wenigen Projektionen, ist das Gleichungssystem zur Lösung stark unterbestimmt. In Abb. 5 unten sind Rekonstruktionsergebnisse der gefilterten Rückprojektion mit unterschiedlicher Anzahl von Projektionswinkeln dargestellt. Die Regeln über die Vollständigkeit des Datensatzes sind in diesem Fall drastisch verletzt. Eine gefilterte Rückprojektion mit wenigen Winkeln erzeugt von jedem Objektelement (Dichte $\neq$ 0) sternförmig ausgehende Streifenartefakte und damit unbefriedigende Ergebnisse.

Eine mit dem schon verwendeten Modell durchgeführte Erprobung der Rekonstruktionseigenschaften des DIRECTT-Algorithmus führt zu den Ergebnissen in Abb. 5 oben. Dort wird im Vergleich zur gefilterten Rückprojektion ersichtlich, dass bereits mit 4 Projektionswinkeln eine bisher nicht erreichte Abbildungsqualität möglich ist. Die Vorteile der DIRECTT-Rekonstruktion entsprechen der obigen Argumentation im Limited View-Fall. Damit rückt der Entwurf einer Few Angles-CT-Anlage in den Bereich der Machbarkeit.

### Region of Interest (ROI)

Das ROI-Problem der Computertomographie tritt auf, wenn die Ausdehnung des Messobjektes die Größe des Detektors unter allen oder einigen Richtungen überschreitet. Unter der ROI versteht man den Bereich, der unter jedem Winkel projiziert wird. Das Sinogramm besteht dann aus sowohl aus vollständigen sinusartigen Bahnen des ROI-Bereichs überlagert mit unvollständigen Bahnen außerhalb.



**Abb. 6:** Prinzip der ROI-CT anhand des Modells.

Es ist bekannt, dass die Vernachlässigung der nicht vollständig abgebildeten (Außen-) Bereiche in der Rekonstruktion zu Artefakten innerhalb der ROI führt, da die partiell projizierte Masse das Ergebnis verfälscht. Besonders fehlerhaft werden die außerhalb des ROI-Bereichs liegenden Volumenelemente rekonstruiert, sowohl konventionell als auch mit DIRECTT. Dennoch erweist es sich jedoch als vorteilhaft, die

Masse außerhalb der ROI in die Rekonstruktion einzubeziehen, um Konvergenz des Restsinogramms auf einem niedrigeren Niveau zu erreichen.

Die Beispiele in Abb. 6 zeigen Modell und Sinogramm mit dem markierten ROI-Messbereich. Darunter sind jeweils links die vollständigen Rekonstruktionen und rechts die Ausschnitte mit den beiden Algorithmen dargestellt. Die bessere Rekonstruktionsqualität ist allerdings mit einer hohen Anzahl von Iterationen erreicht worden. Hier werden die Vorteile der Gesamtrekonstruktion gegenüber der lokalen ROI-Rekonstruktion besonders deutlich. Für Vergleichszwecke wurde jedoch auch die Gesamtrekonstruktion konventionell durchgeführt.

## **Zusammenfassung**

DIRECTT erweist sich als robuster Rekonstruktionsalgorithmus gegenüber verschiedenen Typen von unvollständigen CT-Datensätzen. Wie hier gezeigt, betrifft dies begrenzte Sektoren von Projektionswinkeln (Limited View), wenige Winkel (Few Angles) sowie ROI-Datensätze. Der Vergleich mit der gefilterten Rückprojektion als Standard für Rekonstruktionsverfahren zeigt in allen Fällen deutliche Vorteile (im Sinne von Artefakt-reduzierungen) von DIRECTT. Die Wahl des Filters erweist sich als zweitrangig, wenn genügend viele Iterationszyklen zugelassen sind. Über die dargestellten Restriktionen hinaus können mit dem Verfahren Ortsauflösungen unterhalb der Größe der Detektorelemente (d.h. Subpixel) erreicht werden [1] sowie unscharfe Rekonstruktionen, bedingt durch Brennfleckverschmierungen in den Projektionen, deutlich verbessert werden [2].

## **Danksagung**

Die Autoren danken dem Bundesministerium für Bildung und Forschung (BMBF) für finanzielle Unterstützung unter dem Förderkennzeichen 03SF0324B.

## **Referenzen**

- [1] A. Lange, M.P. Hentschel, A. Kupsch: Computertomographische Rekonstruktion mit DIRECTT: 2D-Modellrechnungen im Vergleich zur gefilterten Rückprojektion. *MP Materials Testing* **50** (5) (2008) 272-277.
- [2] A. Kupsch, A. Lange, M.P. Hentschel, B.R. Müller: Improved Computed Tomography by Variable Desmearing: Model reconstructions by iterative DIRECTT algorithm. *MP Materials Testing* **52** (6) (2010) 394-400.
- [3] J. Radon: Über die Bestimmung von Funktionen längs gewisser Mannigfaltigkeiten. *Berichte der math.-phys.Kl. Sächsischen Gesellschaft der Wissenschaften* **59**, Leipzig (1917) 262.